

"TENDENCIAS ACTUALES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS" (*)

D. CLAUDE GAULIN ⁽¹⁾

Kaixo!.

Gracias de nuevo por haberme invitado y un saludo a todos los colegas que trabajan en la educación matemática.

Espero que esta conferencia sea una oportunidad para reflexionar sobre el tema de la resolución de problemas. Lo que diré no son cosas muy avanzadas, pero creo que es importante tener conciencia de ello porque, en la educación matemática en la que trabajamos todos, la resolución de problemas tiene un papel muy importante y hay que mejorar las cosas en este sentido y, me gustaría, reflexionar con ustedes sobre maneras de mejorarla.

Aunque el título de la conferencia es "Tendencias actuales en la Resolución de Problemas", no será solamente sobre tendencias sino que serán observaciones sobre el tema de la resolución de problemas. El plan de la presentación, si hay tiempo, es pasar a través de las tres etapas. En la primera parte hablaré del tema de que la resolución de problemas sigue siendo un tema muy actual y de gran importancia en la educación matemática. En la segunda parte hablaré de las dificultades mayores que se encuentran en la de la resolución de problemas en el ámbito escolar. Hablaré a partir de mi experiencia..., lo que he observado..., he leído... En la tercera parte daré ejemplos de lo que podemos hacer para mejorar las cosas en el futuro sobre el mismo tema.

Antes de empezar hay que mencionar una cosa importante: cuando hablamos de resolución de problemas, la palabra "problema" tiene varios sentidos dependiendo de la persona que habla y, para evitar malentendidos, tengo que insistir en que, en esta conferencia, cuando hablo de problemas o situaciones problema, yo no hablo de ejercicios..., de cosas rutinarias para practicar sino que hablo de situaciones donde hay que reflexionar, hay que buscar, hay que investigar..., donde para responder hay que pensar mucho.

De esta manera lo que estoy excluyendo es lo que llamamos ejercicios, aunque hay personas que, cuando hablan de problemas, incluyen todo esto. Por tanto, cuando hablo de tendencias en la resolución de problemas, me estoy limitando al caso de esas situaciones donde los alumnos van a trabajar mucho, donde no será suficiente aplicar un algoritmo o una fórmula. Tendrán que pensar y definir una estrategia, de manera que, a veces, necesitarán mucho tiempo. No habrá, por tanto, una respuesta automática y rápida cuando hay un problema.

La primera parte que yo anuncié, sigue siendo un tema muy actual y de gran importancia en educación matemática. Esto depende de los países, hay países en los que sobre este tema se habla desde hace treinta años, hay otros en los que es bastante novedoso. Esto depende del contexto y del país pero, lo que importa es saber que es un tema viejo (antiguo) y, sin embargo, en los currículos es un tema reciente.

(*) Conferencia pronunciada el día 15/12/2000 en el Palacio Euskalduna (Bilbao).
Es una transcripción de la conferencia pronunciada.

1 Profesor de la Universidad de Laval (Québec - Canadá)

Por ejemplo, el libro de Polya, "Cómo plantear y resolver problemas" de 1945, fue traducido y publicado en otros idiomas en los años 60/70 y, en algún caso, en los 80 y, sin embargo, está publicado en 1945, ¡hace ya 50 años!... y, cuando se habla de resolución de problemas, hay que mencionar el nombre del gran matemático George Polya, que era húngaro y terminó su vida en los EEUU, y que en ese libro ya insistía mucho sobre una cosa, que yo llamo el postulado de Polya, aunque él no lo citaba así. Polya dice: **"Hacer Matemáticas es resolver problemas"**, y para dar una buena idea a los alumnos de lo que es hacer Matemáticas, hay que darles problemas para resolver, problemas. , no ejercicios..., ¡¡problemas!!, para buscar, reflexionar, buscar mucho, investigar...

Esa publicación y las que publicó posteriormente, tuvieron una cierta influencia sobre los matemáticos profesionales, pero tardó más en tener influencia en la educación en el ámbito escolar. Poco a poco la gente, que trabajaba en educación matemática, se interesó en el tema, porque el mismo Polya publicaba mucho..., muchos artículos, daba conferencias y otras personas, que escuchaban al Polya, dijeron que eran muy buenas ideas para intentar aplicarlas en la educación.



Claude Gaulin en la conferencia

La idea de Polya era que es esencial que, en la escuela, en lugar de enseñar algoritmos y dar ejercicios repetitivos, se den a los alumnos muchos más problemas para resolver y, a través de esa actividad, tendrán una mejor idea de lo que es hacer matemáticas. Para Polya resolver problemas incluye no solamente buscar soluciones sino que, al final, incluye justificar y, a veces, hacer una demostración. Esto último está también incluido para él.

Voy a dar un ejemplo. En 1966 el ICMI, que es el organismo internacional sobre la educación matemática, organizó una encuesta, escribiendo a varios países, pidiéndoles que realizaran un informe sobre el tema del "Papel de los problemas en la actividad matemática con aplicación en el ámbito escolar". En Inglaterra, por ejemplo, en 1966, se publicó un pequeño libro con muchos artículos de mucha gente sobre este tema. Lo que significa que el tema de la resolución de problemas no es tan nuevo pero, en esta época, era un tema de reflexión, no era parte de los currículos y la polaca Anna Krikowska publicó un resumen de todo esto en el año 1966.

Después, en los años 70 y 80, hubo un gran número de investigaciones, personas como Kilpatrick, Lester, Goulding y muchos otros en EEUU; también en Europa hubo algunos investigadores, que empezaron a investigar el tema de la resolución de problemas para el nivel preuniversitario como tema de investigación didáctica. Por ejemplo en 1975, hace 25 años, hubo un taller (workshop) en los EEUU, con especialistas en este tema que discutieron cómo hacer investigaciones sobre resolución de problemas, que realizaron un extenso trabajo sobre

las diversas variables que hay que tener en cuenta en las investigaciones..., y, poco a poco, el tema se introdujo... y fue conocido por los especialistas de la educación matemática. Pero seguía sin ser parte de los currículos.

En 1980, en el IV-ICMI celebrado en Berkeley, que fue el gran congreso internacional, hubo un gran grupo de trabajo sobre el tema de la resolución de problemas. La idea era la de interesar al público (profesorado) de todos los países del mundo, para que el tema fuera más tenido en cuenta en los currículos. Ese workshop (taller) fue dirigido por personas de Inglaterra, con la ayuda de personas de varios países.

En el siguiente ICMI, en Australia-84, hubo de nuevo un working-group (grupo de trabajo) muy importante, de manera que, a través de todo el mundo, se habló de este tema como un tema de interés para el nivel escolar..., porque anteriormente, al inicio, cuando Polya escribía sus trabajos, sólo era escuchado por los matemáticos y esas ideas se aplicaban a nivel universitario.

Ahora, poco a poco, está llegando a su introducción a nivel escolar. En 1980, -tomaré el ejemplo más conocido aunque no es el único-, el NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), que es una gran organización de profesores de Matemática de EEUU, publicó algo muy importante, que se llama "*Agenda for Action*", un plan para actuar en educación matemática, con recomendaciones para la matemática escolar de los años 80.

La primera recomendación que apareció, creo que la primera de seis, era que "*la resolución de problemas debe ser el objetivo principal, en inglés "focus, de la enseñanza de la Matemática en la década de los 80"*"; entonces, hace veinte años ya se hablaba como objetivo principal de "*introducir ese tema en los currículos*", al menos, en América del Norte.

Al mismo tiempo también existían trabajos en Europa, en Inglaterra había mucha gente trabajando sobre este tema, en Francia, estaba Glaiser, bien conocido, que trabajaba sobre el tema. En España también hay gente trabajando, aunque debe ser un poco más tarde, en los años 80.

Por lo tanto, se puede observar que el movimiento crece y, a nivel internacional, se habla más del tema. Al final, en los EEUU, porque estoy tomando mis ejemplos en 1989, aparecieron los "*Standards.....*", creo que muchos de ustedes conocen la traducción al español que fue hecha por la sociedad Thales, "*Estándares curriculares.....*". Ahora tendrán que recomenzar porque hay una nueva edición, pero [la edición traducida] es la de 1989.

De nuevo no son un programa, son estándares (modelos). Estándares significa "*normas de calidad de un currículo*" y, entonces, ese documento proponía normas de calidad de un currículo de Matemáticas. Había temas como: Números, Álgebra, Geometría, etc. y estaba el tema de resolución de problemas, como yo digo..... un "supertema". La idea era que en el documento se presenta la resolución de problemas como un supertema que viene a integrar todo. Es la línea roja que pasa alrededor, y a través, de los temas de Aritmética, Álgebra, Geometría, Análisis de datos, etc. Es un tema que se encuentra en cualquier lugar del currículo y sirve para unificar. Esta era la idea y, la misma idea, se encuentra ahora en los programas de otros países del mundo.

Podemos ver entonces, que la resolución de problemas no es nueva e incluso, a nivel escolar, hace más o menos veinte años que se habla de esto y lo curioso es **que tenemos la impresión que, en realidad, en las escuelas, es un tema poco implantado...**, que hay mucho más que hacer sobre este tema.

Desde el punto de vista teórico, la gente está de acuerdo en que, resolver problemas, es una buena actividad, pero hay algo que falta para que esté bien implantado..., lo vamos a ver más tarde. Ahora, para terminar esta sección, lo que yo pretendo señalar es que hay nuevos

factores que vienen a reforzar la actualidad e importancia de este tema que, en lugar de disminuir, está aumentando cada día. Estoy dando solamente cuatro razones, pero hay muchas más..., será suficiente, eso espero, para convencerles.

En la actualidad está muy en vigor la perspectiva socio-constructivista. En muchos países del mundo, en congresos de investigadores, ahora se habla de socio-constructivismo; anteriormente se hablaba [sólo] de constructivismo. La idea es que cada persona construye sus conocimientos, constructivismo en un cierto sentido. El socio-constructivismo insiste sobre el hecho que, cuando se aprenden cosas, no sólo hay actividad cognitiva sino que también la interacción con otras personas ayuda mucho, es un factor de ayuda y que acelera el aprendizaje. La discusión con otra gente, el trabajo en equipo, la interacción social, son factores importantes. Se habla de Vigotsky, se habla de varios autores. Tomando esta tendencia actual en cuenta, una de las consecuencias es que la resolución de problemas tomará más importancia porque, cuando los alumnos van a resolver problemas, será una gran oportunidad para trabajar en equipos (grupos), para descubrir o resolver problemas juntos, será una oportunidad de oro para aplicar esa idea, mucho mejor que cuando hacen ejercicios individuales de Álgebra, por ejemplo. En la parte de resolución de problemas es donde todo esto se puede ver más fácilmente.

Una segunda razón, para decir que la resolución de problemas tiene una importancia cada vez más grande, es que es un objetivo para la educación en el nuevo milenio. Al comienzo de esta semana, en Auckland (Nueva Zelanda), asistí a una conferencia en la que tres de los conferenciantes hablaron del siguiente tema: *pasamos a un nuevo milenio con mucha nueva tecnología...etc,etc, ¿cuáles serán los conocimientos y habilidades de base en educación?, ¿cuáles son las habilidades que un alumno, que va a vivir en el nuevo siglo, va a tener?....* Y tres personas diferentes de tres países distintos hablaron de ese tema y todos decían, más o menos, la misma idea: "que vamos hacia un mundo más y más complejo y cada joven, que es estudiante hoy en día, va a vivir en un mundo donde se va a enfrentar a situaciones más y más complejas, incluso con la tecnología. La tecnología estará a su servicio pero tendrán que resolver muchos problemas en el sentido propio", y todos insistían que, en la formación que vamos a dar a nuestros alumnos para que puedan vivir bien en el próximo milenio, la resolución de problemas será un instrumento magnífico para darles oportunidades de desarrollar habilidades intelectuales, habilidades de autonomía, de pensamiento, estrategias,... para que aprendan a enfrentarse a situaciones complejas, como las que tendrán en el mundo que viene. Profundizando en este aspecto se puede también ver que intensificar la resolución de problemas vale la pena porque, a través de ella, podemos hacer mucho más para cumplir los objetivos de la educación matemática del próximo siglo.

Otro motivo - no sé si esto vale en España o en esta parte, porque supongo que tienen sus currículos locales aquí -, es que hay muchos países en este momento donde están redefiniendo los currículos escolares. Es el caso de Quebec. No estamos contentos porque el ministro va a imponernos un currículo de inmediato...., dice que es urgente y no se puede esperar más, los profesores no están listos pero no importa...., hay que empezar,... etc., etc. La nueva moda es la moda de las competencias y, anteriormente, nuestros currículos estaban definidos de manera tradicional con conocimientos, habilidades, actividades a desarrollar; ahora hay que hacer todo con competencias pero competencias definidas de una cierta manera. Nosotros utilizamos una definición francesa, pero hay muchas otras...., más o menos la idea es la siguiente: hay que definir el currículo con una lista de competencias. Una competencia significa una capacidad, Los expertos dicen de movilizar recursos cognitivos (conocimientos, habilidades, cosas que hemos aprendido) y aplicarlas en un contexto real. La idea es que, a través de esas competencias, el gobierno quiere asegurarse que, no solamente los alumnos aprenden cosas, sino que pueden aplicarlas en situaciones reales y, de esta manera, insisten

en hablar de competencias. No es nuevo, anteriormente hablábamos de objetivos un poco específicos y de objetivos a largo plazo. Entre estos últimos están las competencias, insistimos mucho más en la idea de aprender para que sea aplicable y para que, además, lo sea en diversos contextos. Es la idea de resolución de problemas: aprender a resolver problemas es aprender a enfrentarse a situaciones nuevas, donde no se sabe como resolver el problema, hay que pensar y hay que utilizar estrategias diversas para resolverlo. Es análogo..... y, a través de ese argumento, se puede, yo no voy a hacerlo, llegar a la idea que, gracias a enfatizar más la resolución de problemas, podemos probablemente llegar más fácilmente a la adquisición de las competencias.

El cuarto argumento que cito es que los estándares americanos: la edición del 89 fue revisada, hubo una consulta durante 2 ó 3 años. Mucha gente fue consultada, profesores, padres, matemáticos, didactas, pedagogos, etc. y, poco a poco decidieron cómo modificar los estándares [los que fueron traducidos al castellano]. En abril del 2000 han publicado una nueva edición que ahora se llama "Principles and Standards for School Mathematics" y es accesible en la web [es la web del NCTM: www.nctm.org]. Es un documento con posibilidad de ir, de viajar a través de una red de información. Ya pueden pensar que el futuro en muchos países tendremos, probablemente, currículos de Matemáticas definidos (elaborados y presentados) por hipermedia. Esto significa que no solamente habrá texto, imágenes, vídeos, etc. Por ejemplo, si se habla de socio-constructivismo en el texto, haciendo un "clic", se obtienen explicaciones. Si queremos ver una aplicación en el aula, "clic", y aparecerá un pequeño vídeo y se observa [en] el vídeo como el profesor está tratando de aplicar las cosas. O se quieren obtener ejemplos de problemas para estimular tal habilidad, "clic", se obtienen ejemplos,....etc,etc.

Es por lo que vale la pena consultar [la página web del NCTM] para darnos una idea de los currículos que tendremos en el futuro. De todas maneras aquí tenemos los nuevos estándares [libro], es un resumen, porque el documento en papel es enorme. La edición electrónica es mucho más fácil de consultar.

Lo que importa ahora es que, en lugar de muchos documentos, hay un solo documento y hay seis principios, por ejemplo, un principio que se llama de "Tecnología", el de "Evaluación", el de "Igualdad", etc..., hay principios y hay diez estándares. Antes había nueve, incluso la "Resolución de Problemas".

Antes teníamos: Números, Álgebra, Geometría, Análisis de Datos, Medida, Resolución de Problemas, Conexiones, Comunicación, Razonamiento,...., había nueve. Ahora distinguen dos tipos de estándares: ESTÁNDARES DE CONTENIDO y ESTÁNDARES DE PROCESOS. Y la resolución de problemas aparece en los estándares de procesos, lo que tiene mucho sentido, y entonces la resolución de problemas aparece aquí, Razonamiento y Prueba (Demostración)...., ahora hay mucho más sobre pruebas (demostraciones), lo que faltaba en la edición anterior, Comunicación, Conexiones....., y hay un nuevo estandar que se llama "Representación", el uso de varios tipos de representaciones en Matemáticas.

¿Cuál es la idea?, Hay una idea estratégica de mostrar que el contenido es importante, pero los procesos también, más o menos igual. Habían pensado incluir un nuevo contenido, "Matemática Discreta", hubo mucha discusión y hasta el último momento se pensaba que habría seis estándares de contenido con el de Matemática Discreta, (un poco sobre grafos, combinatoria,...etc). Al final decidieron no incluir Matemática Discreta, sino hubiera habido un desequilibrio 6 contra 5 y, por motivos estratégicos, un poco políticos, decidieron poner 5/5, para mostrar que las normas de calidad, hay cinco sobre procesos y cinco sobre contenidos, y el mensaje es que, en los currículos que vamos a construir a partir de eso, hay que observar ese equilibrio.

La conclusión de esta primera parte es que el tema de resolución de problemas en Matemáticas no es nuevo, incluso en la educación en el ámbito escolar ha aparecido hace 20-30 años, dependiendo del país. Hubo países que esperaron hasta los años 90, antes de hablar de eso en los currículos y, ahora, parece que hay varios factores que estimulan la continuación de la popularidad de este tema. No solamente porque es popular, sino porque, gracias a la resolución de problemas, se piensa que se van a alcanzar muchos objetivos importantes para el siglo que viene mucho más fácilmente que sin resolución de problemas.

A continuación, voy a mencionar las dificultades encontradas. He trabajado mucho en mi país, en mi provincia, Quebec. He trabajado para el gobierno durante muchos años, para el Ministerio de Educación y teníamos el problema de cómo implementar esas ideas. Sobre el papel está bien, es fácil hablar..., resolver problemas es bueno.... pero, el profesor, que no ha sido formado para eso tiene dificultades y no basta con dar órdenes al profesor: "ahora tú vas a cambiar todo... y tú vas a enseñar a resolver problemas"..., no es tan fácil y no hay cambio en educación si los profesores no hacen el cambio, es claro, solamente el profesor puede ser el instrumento para un cambio real.

En mi Provincia, el Ministerio publicó en 1988 un pequeño libro para ayudar a los profesores, para explicar las ideas de la resolución de problemas, en términos muy sencillos, con ejemplos para facilitar el trabajo de la implementación.

Asociaciones de profesores tenían congresos, organizaron muchos talleres, conferencias, publicaciones, artículos, etc., para popularizar el tema, para dar ideas a la gente y facilitar las cosas. Las universidades organizaron cursos, mejoraron la formación inicial de los docentes y su perfeccionamiento. Las editoriales intentaron mejorar un poco sus textos pero ellos no quieren cambiar las cosas rápidamente, porque no van a vender sus libros si el texto es demasiado avanzado respecto a la formación de los docentes,.. claro!.. Entonces hubo muchos esfuerzos durante 15/20 años y, realmente, hubo algún progreso, pero no tanto como se esperaba y, eso, nos preocupaba mucho: progresos lentos y limitados.

La gente que recibía cursos de perfeccionamiento mejoraba un poco su enseñanza, poco a poco, los que no recibían los cursos no cambiaban su enseñanza, continuaban enseñando de la manera tradicional: las dificultades de cómo implementar esas buenas ideas como la resolución de problemas continuaban. Muchos de ustedes conocerán que hubo una encuesta internacional que se llamaba TIMSS, la tercera encuesta internacional sobre rendimiento escolar en Matemáticas y Ciencias. Creo que España participó..., Canadá no participó pero sí alguna de sus provincias y, en esta encuesta enorme, se intentaba ver lo que los alumnos aprenden en los diversos países, lo que los profesores dicen, es decir, la opinión de los profesores en los diferentes países sobre su formación, sobre las dificultades que encuentran, sobre los métodos que utilizan para enseñar, etc. y, también, había una evaluación de los currículos oficiales en muchos países para compararlos.

Un resultado, que aparece en las conclusiones, es que, **la mayoría de los profesores de la mayoría de los países, dicen que no se sienten capacitados en la resolución de problemas y que no están cómodos con ese tema.** No saben muy bien como implementar esas ideas que circulan sobre la resolución de problemas. Esto es otra señal de que, aunque es una idea bonita, muy buena, es de difícil implementación en la práctica. Yo creo que estoy dando explicaciones, no como crítica al profesorado, sino para intentar ver de que manera se podrían mejorar las cosas, porque hay que diagnosticar donde están las dificultades para intentar mejorar las cosas.

Voy a explicar el que, a mi entender, y en opinión también de otros investigadores es el primer factor de estas dificultades. El experto en resolución de problemas, Jeremy Kilpatrick, publicó un texto muy famoso donde él hablaba en inglés del "bang bangle", la moda de la

resolución de problemas, que la gente quería seguir la moda sin saber lo que significaba y que, mucha gente, decía que seguía la moda, pero hablaban de varias cosas, no sabían en que consistía la moda. Entonces, yo había dado una conferencia en Tenerife, en el 85 ó 86, y alguien preparó un resumen que fue publicado en la revista "Números". Voy a repetir algunas ideas que mencioné ya entonces, y vamos a ver algunas interpretaciones que se encontraban en América y en otros países sobre la resolución de problemas. Recuerden lo que dije antes..., que en el año 80 en América del Norte hubo un documento, en el que la primera recomendación era que la resolución de problemas debe ser el objetivo principal de la próxima década en la enseñanza de la matemática escolar.

¿Cómo era interpretado esto? Yo investigué ese tema en el 82-83 y había encontrado al menos seis interpretaciones, muy comunes. Por ejemplo, había gente que decía: Ah!,... sí! .., sí! , yo enseño Aritmética, Álgebra, yo doy la teoría y, al final del capítulo, hay algo que se llama problemas. Entonces lo que quieren decir es que ahora vamos a dar más importancia a esa sección al final del capítulo. Sección que contenía principalmente ejercicios, no problemas genuinos. Este fue el modo como el mensaje fue entendido por ciertas personas, ya que el mensaje no era claro y es fácil consultar los textos de la época y ver que, yo creo de una manera intencional, eran escritos de manera vaga y un poco ambigua, para que toda la gente se sintiera capaz de aplicarlos.

Otros profesores, y había muchos, decían: sí, sí,.... yo entiendo....., citaban a Polya..... Entonces la idea es que ahora, cuando voy a enseñar, de vez en cuando, yo tendré que dar a mis alumnos problemas genuinos, yo utilizo muchos ejercicios..., demasiados..., yo voy a introducir algunos problemas de vez en cuando.. y eso es lo que significa dar más importancia a la resolución de problemas. Antes había muy pocos problemas y ahora habrá más. Es fácil verificar que había gente escribiendo artículos o cartas y explicando que eso era la interpretación de la recomendación.

Otros, en Quebec había muchos, que decían.... sí.... sí, enfatizar la resolución de problemas ahora..., ahora significa que, al final, en lugar de dar problemas abstractos vamos a dar muchos más problemas reales, realistas, de la realidad de la vida de cada día. Y entendieron la recomendación en este sentido. Al final nos dice el NCTM, terminar [con] los problemas abstractos, muchos más de la vida cotidiana, entendieron la recomendación de esta manera y para ellos esto era lo esencial olvidando el resto. Toda esa gente tenía un objetivo común: "es que enseñar para la resolución de problemas significa que hay que enseñar la manera que nuestros alumnos, al final, sean capaces de resolver problemas, problemas genuinos, no importa que sean matemáticos o de la vida real o problemas del final del capítulo..., que son más o menos problemas verbales, en inglés word-problems, que son ejercicios muchas veces o problemas reales".

Otras personas, que habían escuchado a investigadores o habían leído a Polya, interpretaron la misma recomendación de otra manera diciendo: "enfatar la resolución de problemas en nuestra enseñanza significa ahora que vamos a enseñar estrategias de resolución de problemas, porque sin estrategias los alumnos no saben como resolver problemas, entonces, como hay varias estrategias, vamos a enseñarlas con muchos ejemplos. Eso era muy popular, hay libros enteros en el mercado que circulan ahora también, todos son libros donde el contenido es "Cómo aprender tal estrategia", tal otra, etc. y el énfasis está, casi completamente en este tema y, claro, que la persona que piensa así, piensa que es una manera evidente de mejorar la enseñanza de la Matemática y de aplicar la recomendación de enfatar la resolución de problemas.

Hay otros que, también, conocían el modelo de Polya. No sé si hay mucha gente que conoce el famoso modelo de Polya.... Cuatro etapas al enfrentarse a un problema:

1ª **Etap**a: **Hay que entender el problema**, hay que leer, leer.... y entenderlo.

2ª **Etap**a: **Definir una estrategia, definir un plan de resolución....** Tiene mucho sentido.

3ª **Etap**a: **Aplicar el plan**. También tiene mucho sentido.

4ª **Etap**a: **Revisar si todo está bien**.

Es más o menos la idea, hay variaciones..., todo es muy lógico. Polya en sus artículos en vídeos presentaba ese modelo diciendo a la gente: "es un modelo muy fácil, pueden aplicarlo". Hay gente, hay profesores, que interpretaron la recomendación de hacer más resolución de problemas, como que "ahora vamos a enseñar el modelo de Polya a nuestros alumnos, porque así, en lugar de no saber lo que hacer enfrente de un problema, tendrán un plan, un instrumento. Si siguen todo el plan todo irá bien"; pero esto no es verdad. La gente que pensaba así, interpretaban la recomendación "que hay que enseñar a los alumnos algo sobre el proceso de resolución de problemas", "lo que significa que hay que darles instrumentos para que sean mejores en la resolución de problemas". Pueden ser estrategias de resolución, se llaman también procesos heurísticos en el libro de Polya, o pueden ser modelos o pueden ser otras cosas.

Había otra categoría de pedagogos, especialmente los más ambiciosos, que decían: "lo importante para realmente enfatizar la resolución de problemas, no es resolver más problemas o aplicarlos en la vida cotidiana, lo importante es utilizar la resolución de problemas como el mejor vehículo para enseñar todo, enseñar a través de resolver problemas". Hay pedagogos que dicen que eso es la solución para enseñar mejor, que son capaces de hacerlo porque es difícil. Enseñar las Matemáticas a través de problemas, incluso la teoría, en lugar de exponer la teoría y dar ejercicios, partir de los problemas, y poco a poco, surge la teoría, cristalizar un poco la teoría, dar nuevos problemas para aplicar y consolidar. Es una perspectiva que tiene mucho sentido, pero es difícil de aplicar, y hay docentes que interpretaron la recomendación de esta manera.

Es decir, cuando decía que hay una falta de consenso y una cierta confusión sobre lo que significa enfatizar la resolución de problemas, quiero decir que existen personas que piensan e interpretan de diferentes maneras. No es muy grave..., lo importante es mejorar las cosas pero, si un gobierno o una asociación quieren proponer un mensaje, difundirlo e implementar esas ideas, se necesita un mínimo de coherencia y, en este caso, falta la coherencia. Este es el problema.

Resumiendo, podemos apreciar que estoy distinguiendo entre:

1º Enseñar **"PARA"** la resolución de problemas

2º Enseñar **"SOBRE"** la resolución de problemas

3º Enseñar **"A TRAVÉS"** de la resolución de problemas

Son tres perspectivas y, en realidad, las tres son importantes. En los dos primeros casos la resolución de problemas está considerada como un objetivo y, en el tercer caso, como vehículo para enseñar o desarrollar otras cosas. Mi opinión es que esta falta de coherencia es el primer motivo por el que hay dificultades de implementación de estas buenas ideas sobre la resolución de problemas.

Yo presento **un segundo factor que**, en mi opinión, explica porque es tan difícil tratar de mejorar las cosas. Este segundo factor es que hay una falta de visión sistémica de la resolución de problemas, o un énfasis exagerado de un aspecto particular. Por ejemplo, si se observan los tres apartados anteriores, en realidad, todos son importantes. Hay personas que dicen que para

mejorar, para implementar las recomendaciones hay que hacer solo una de las cosas, el resto no importa. Es lo que llamo una insistencia exagerada en un aspecto. En realidad habría que hacer un poco de todo esto, enseñar un poco sobre estrategias o modelos, también hacer que los alumnos sean capaces de hacer más problemas reales o enseñar a través de resolver problemas.

Tener una visión sistémica o global para mí significa, tener en cuenta todo eso simultáneamente... y es complicado porque, primero, hay que entender los detalles y hay que pensar cómo integrar todo eso... y cómo enseñar en la realidad teniendo todo eso en cuenta..., es complicado..... El tema de la resolución de problemas es complejo, tiene muchos aspectos y, aquí, pretendo señalar algunos más.

El gran investigador Schoenfeld, que es uno de los que ha investigado mucho sobre la resolución de problemas en Matemáticas en los años 80, había intentado aplicar las ideas de Polya y se encontró con obstáculos. Al final publicó mucho sobre lo que llamó aspectos metacognitivos. Su idea era la siguiente: para que un alumno aprenda a resolver problemas matemáticos, de una manera correcta, no es suficiente que resuelva más y más problemas, no es suficiente conocer más y más estrategias. Tener estrategias es como un obrero que tiene una caja de instrumentos, por ejemplo, un carpintero que, cuando tiene que hacer un trabajo utiliza un instrumento u otro y, a veces, no sabe si utilizar uno u otro, no sabe si irá bien o no.

Para una persona que resuelve problemas, conocer dos, tres,..... diez estrategias, es tener estrategias en una caja a su disposición. Frente a un nuevo problema puede utilizar tal estrategia, y si no funciona, probar con otra, como el carpintero. Y la persona que no conoce ninguna estrategia, tiene una caja vacía, con lo que no es fácil que llegue a resolver el problema; por el contrario, si tiene, si conoce estrategias, si tiene métodos de resolución de problemas, conoce el modelo, conoce varias cosas, entonces sabe algo de cómo enfrentarse a los problemas y sabe que alternativas puede utilizar para resolver un problema.

Schoenfeld, en sus investigaciones, descubrió que eso no es suficiente, incluso la persona que tiene una gran caja, con muchos instrumentos, muchas estrategias..., no es suficiente. Se necesitan otras cosas para ser un buen resolutor de problemas.

La idea de Schoenfeld es que hay que tener, digamos, **un control ejecutivo**, hay que controlar la actividad de la resolución de problemas. Si se toma una estrategia, un instrumento de la caja, y se usa para intentar resolver un problema, hay que controlar lo que pasa y, en cierto momento, decir: basta!, no va bien con este instrumento y vamos a intentar utilizar otro. La decisión de tomar tal estrategia en lugar de tal otra, la decisión de continuar la investigación con tal estrategia en lugar de cambiarla, o la decisión de parar el trabajo y de cambiar de ruta para resolver todo esto es **metacognitivo**. Es una parte de lo que se llama metacognición, contiene una parte que sirve para controlar, para supervisar el trabajo y también para evaluar.

Pero la metacognición también contiene otra cosa que son las "creencias". Las creencias influyen sobre la actividad de la resolución de problemas. Por ejemplo, una persona que tiene experiencia en la resolución de problemas, tiene que aprender que, a veces, en un problema se necesita mucho tiempo, que hay que parar y continuar otro día, o hay que esperar que durante la noche el cerebro trabaje un poco; se aprende que no hay que ser demasiado impulsivo y hay que ser paciente; que, a veces, hay un camino para resolver un problema que parece muy bonito y que, al final, no funciona y hay que recomenzar en otra dirección. Entonces hay actitudes, creencias sobre esta actividad que hay que desarrollar y que van a ayudar a un buen resolutor de problemas.

Schoenfeld explica en un artículo que su idea anterior, según Polya, de aprender estrategias, de aprender un modelo y aplicarlo no era suficiente. Ahora sabemos, porque se hicieron

muchos más trabajos de investigación, que hay una componente metacognitiva muy importante. Esto significa que, cuando enseñamos a nuestros alumnos, de vez en cuando, enfrente de la clase hay que simular (explicar) lo que pasa: Ah!... sí! sí!..., hemos intentado ese método....., hum!... vamos a continuar o cambiar de método.....¿qué piensan ustedes?, para que los alumnos puedan ver que es normal tomar ese tipo de decisiones y que, a veces, es normal también conservar su paciencia y todo eso

La componente metacognitiva, entonces, hay que añadirla y, cuando digo una visión sistémica de la resolución de problemas, se debe incluir esto y, esta parte, es muy difícil. Una vez, dando yo cursos de resolución de problemas en mi universidad, un profesor me decía: muy bien..., está bien..... pero ahora en mi aula, ¿qué voy a hacer para asegurar que estarán bien cuidados esos aspectos?. Yo no tengo una solución mágica porque hay que tener en cuenta la metacognición y, al mismo tiempo, otras muchas cosas. Es como un director de orquesta que tiene que controlar varias cosas y no hay un algoritmo para eso. Es solamente después de ser consciente de la complejidad del proceso, de las diversas variables que hay que controlar un poco, cuando cada uno aprende su camino.

Vayamos ahora a revisar otro aspecto interesante: **los aspectos afectivos**.

Hay trabajos recientes de Goulding sobre la afectividad en la resolución de problemas. Son muy importantes la afectividad positiva y la negativa. La afectividad positiva, por ejemplo, cuando hemos resuelto un problema estamos muy contentos realmente.....lo he conseguido!..., estamos contentos y, a veces, durante el proceso tenemos algunos estados de excitación positiva, pero hay también una afinidad negativa, a veces, no funciona nada, no sabemos como continuar, parece que nunca vamos a encontrar una solución. O, a veces, tenemos una solución que, en el último momento, no va y hay (aparece) una afectividad negativa. Goulding ha desarrollado un modelo muy interesante para explicar todo eso y ver la relación entre la afectividad y el aspecto cognitivo y metacognitivo.

Habla de representación de tipo afectivo. Es otro aspecto a añadir en la visión sistémica de la resolución de problemas: significa también tener en cuenta la afectividad, porque no es verdad que se pueda hablar de resolución de problemas sin tener en cuenta la afectividad. Si un alumno no tiene motivación no va a resolver un problema, no va a realizar esfuerzos,...., entonces, hay que saber cómo estimular la afectividad y cómo controlarle un poco, cómo comprender las consecuencias de varios tipos de emociones que se encuentran en la actividad de la resolución de problemas.

Otro ejemplo, que mencionaré aquí, para tener una visión sistémica que también hay que tener en cuenta, es el caso de cuando resolvemos problemas verbales, un problema con una historia, con frases, que se refieren a un contexto, problemas de enunciados. En este caso hay una complicación añadida: la comprensión del texto y la creación de un modelo mental de lo que significa el enunciado, para poder tener una representación mental correcta de la solución y del proceso de resolución. Y también existen trabajos para aprender sobre eso.

Yo digo que muchas veces es lamentable, pero es la realidad: observé en mi provincia y en otros lugares que, muchas personas, muchos docentes, tienen una idea muy reducida de la resolución de problemas. Insisten en unos aspectos olvidando el resto y, eso, tiene por consecuencia que no hay un progreso notable porque se olvidan de aspectos esenciales. Tener una visión sistémica es esencial pero es muy difícil cómo dar una visión de este tipo a los profesores.

Un **tercer factor** es la tendencia a tratar la resolución de problemas como un contenido a enseñar, y la dificultad de integrar la resolución de problemas con el resto de las Matemáticas o la creencia que los problemas deben venir después de la teoría. Lo que habitualmente

observamos es que, con mucha buena voluntad, hay profesores que quieren aplicar esas buenas ideas de la resolución de problemas, pero siguen pensando en resolución de problemas como un contenido. Hay Álgebra, hay Medida, hay Geometría, y hay Resolución de Problemas, y a veces, van a enseñar a tener horas de trabajo sobre este tema. Horas separadas del resto, pero eso no ayuda porque el objetivo final es integrar la resolución de problemas con toda la Matemática que se enseña. No es fácil porque no es contenido sino que es un proceso. Y, ayudar a los alumnos para que sean mejores en resolución de problemas, no es enseñarles algo como enseñar un algoritmo, es ayudarles a desarrollar habilidades intelectuales, procesos de varios tipos, actitudes, etc.

La creencia, que los problemas deben venir después de la teoría, proviene también de nuestra concepción tradicional de la enseñanza. Tradicionalmente hacemos la teoría y luego la aplicamos y, al final del capítulo, hay los problemas o ejercicios para aplicar. Tenemos esa idea tradicional de un problema como la de un ejercicio que debe venir al final. Lo que no entendemos bien sin una formación o preparación es que es posible partir de un problema para abordar una nueva idea o una nueva teoría.

Comenzar con un problema, o a veces utilizar un problema, mientras los alumnos están aprendiendo algo que no controlan bien. Un problema no sólo sirve para aplicarlo al final, puede servir para explorar una nueva idea, consolidar un problema, puede venir antes, durante o después de la "teoría". Tenemos esa dificultad, se debe eliminar esa idea de que primero es la teoría y luego habrá problemas. Eso va bien con los ejercicios, porque un ejercicio tiene como papel ejercitarse, entonces, se aprende algo y luego se ejercita, es normal, pero un problema tiene objetivos mayores.

Otra dificultad, - **cuarto factor** - que explica que no tengamos mucho éxito en la implementación de la resolución de problemas es que hay personas que piensan hacerlo y plantean: yo quiero enseñar estrategias a mis alumnos. Está bien!; por ejemplo, una estrategia sería, ante el enunciado lingüístico de un problema, dibujar una figura o hacer una ilustración (boceto) de la situación, hacer una representación gráfica o un dibujo. Es una manera de ayudarme y puede ser que me ayudara a continuar, se llama una estrategia..., al hacer un dibujo de la situación representada en el problema.

Hay personas que dicen: muy bien!, voy a enseñar esa estrategia, voy a tomar 3, 4 ó 5 problemas que pueden usar esta estrategia y vamos a hacer una secuencia de problemas, todos con la misma estrategia. Hacen de una estrategia un contenido a enseñar a través de ejercicios; pero la experiencia muestra que no es así como se aprende mejor, sino que hay que aprender varias estrategias simultáneamente y, en un cierto momento, cuando los alumnos conocen un poco sobre el tema, se cristalizan las cosas con definiciones, con descripciones, etc..., lo mismo con el modelo.

He llegado a ver personas que preparaban una ficha, una hoja con cuatro casillas, las cuatro etapas del modelo de Polya. Había una parte para el enunciado del problema, luego una parte de la hoja reservada para la primera etapa (fase del problema), para la segunda, tercera y cuarta. Los alumnos tenían la obligación de completar cada casilla y de seguir las cuatro etapas en este orden. No tenían la posibilidad de volver, de regresar a otra etapa anterior, etc. Esto es una exageración y, tratar el modelo como un contenido que se enseña como un algoritmo u otra cosa también lo es.

Una dificultad muy importante - **quinto factor** - que nuestros docentes nos mencionan es la evaluación. Dicen: "estoy de acuerdo en enfatizar la resolución de problemas pero no sé cómo evaluar". Es un problema real y hay, al menos, dos tipos de evaluación. Primero, cuando enfatizamos en la resolución de problemas, estamos interesados en ver los progresos de cada

alumno en el sentido que puedan resolver problemas y, en el sentido que conozcan más y más estrategias y que sean más y más capaces de hacer ciertas cosas. Por esto se necesitan métodos, instrumentos,... para observar a los alumnos y comprobar el progreso, a través de las semanas, el progreso de cada alumno. Esos instrumentos existen pero muchos docentes no los conocen.

La segunda cuestión en la evaluación es que, si pretendemos que en la resolución de problemas no solamente sea importante la respuesta sino que también lo sean el proceso y el método, habrá que considerar esa perspectiva. Cuando vamos a dar notas al alumno que resuelve el problema, habrá que dar notas para el proceso, no sólo para la respuesta. Hay maneras de hacer eso..., hay varias maneras..., pero hay que practicar..., hay que aprender..., pero hay profesores que nunca han aprendido. Esto significa que necesitan más formación en este sentido. Hay que ser coherente. Enfatizar en la resolución de problemas significa poner más énfasis en el proceso, en el método de resolver y no solamente en el resultado..., en el producto.

Para ser coherentes como pedagogos tenemos que evaluar de manera coherente, entonces, evaluar el proceso y no sólo el resultado. Esto es, en mi opinión, otra cosa que explica que haya problemas de implementación.

Y mencionaré como **sexto factor**, la falta de formación de los docentes y la falta de recursos adecuados. Por ejemplo, a veces, recuerdo cuando empezamos a trabajar en este tema en el 88, de los textos que existían en el mercado, la mayoría eran tradicionales, se podía ver, al abrir un texto, que no había casi ningún problema, muy pocos..., casi todos eran ejercicios. Por tanto, con tales instrumentos es difícil..., el profesor tiene que construir su propio banco de problemas, porque no hay bastantes en el libro o hay que consultar otros textos. Estos son factores que explican las dificultades.

Es decir, como conclusión de esta segunda parte: la resolución de problemas permanece importante y, en mi opinión, será cada vez importante en el nuevo siglo; pero hay dificultades que explican que los últimos veinte años no hayamos progresado mucho. La única manera, en mi opinión, es que hay que comenzar a trabajar en la formación de los docentes. Por ejemplo, yo soy director de varios programas y hemos decidido desarrollar cursos sobre resolución de problemas para profesores de primaria, de preescolar a 6º ó 7º grado. Hace siete años que funcionan y tenemos resultados muy interesantes.

Hemos creado dos cursos para ellos y, en estos cursos, intentamos tener en cuenta todo lo que se necesita y, además, en esos cursos hay que actuar de manera que, al final, los docentes tengan una visión sistémica de la resolución de problemas: que sepan como evaluar, que sepan cómo construir un banco de problemas para tener más recursos y, también, que estén sensibilizados con los diferentes aspectos, para que los docentes entiendan bien el proceso de resolución de problemas, de manera intencionada. Pasamos el primer tercio del curso, que es mucho tiempo, pidiéndoles que resuelvan problemas como alumnos. Decidimos no discutir qué hacer en el aula; primero van a resolver problemas y van a discutir de su experiencia, y cada uno va a explicar su método de resolución. Vamos a hacerlo como en el aula, como luego ustedes van a hacerlo con los alumnos.

Recoger varios métodos de resolver un mismo problema, comparar los métodos y otra vez hacer lo mismo, y otra vez, y constatar que el mismo método, la misma estrategia aparece de vez en cuando, hacer todo eso. Primero observar a personas que resuelven problemas; por ejemplo, ponemos a los profesores en grupos de dos: uno resuelve el problema y habla en voz alta de lo que piensa cuando lo está resolviendo. El otro observa y toma notas, después se cambia el rol y, al final, se discuten los procesos que cada uno ha seguido, de lo que el otro observó, etc.

Para que puedan comprender mejor lo que ocurre cuando se resuelven problemas y, después de resolver muchos problemas y de encontrar varias estrategias, poco a poco, empezamos a discutir que hacer con los alumnos, y de la dificultad para que tengan una visión sistémica. Después de esto, que tendrán que preparar actividades para tres semanas sobre lo que tienen que enseñar: van a comprobar su preparación, como explicar eso....., Señalamos una etapa de 3, 4 ó 5 semanas con lo que tienen que enseñar, y van a planificar todo de manera que integren la resolución de problemas en toda la etapa. Significa que tendrán que pensar en muchas cosas variadas: ¿Cuáles van a ser los problemas que van a introducir en la etapa para que esos problemas permitan el aprendizaje de los contenidos de la etapa? Por ejemplo, si enseñan fracciones, si están enseñando fracciones, deberán integrar la resolución de problemas en esta etapa, para que esos problemas contribuyan al aprendizaje de las fracciones.

Van a seleccionar los problemas, van a analizar cada uno de estos problemas para pensar que van a desarrollar en el alumno esos problemas, qué habilidad, qué conocimiento, para que puedan comprender bien cual es el papel de cada problema en la etapa. También van a tener en cuenta la evaluación de los alumnos...

Como conclusión general, me gustaría destacar que la resolución de problemas es importante y hay que hacer mucho más en el futuro. Hay dificultades, soy consciente de que esas dificultades que he mencionado se encuentran en muchos países, y es fácil entender porque lo son, podemos prever esas dificultades. Para mejorar las cosas no basta publicar nuevos libros, es importante ayudar a los docentes de diferentes maneras y, las asociaciones y grupos de profesores que organizan congresos como éste, tienen un papel importante para ayudar al proceso, para esto y para otras cosas y, entonces, hay que facilitar las cosas a los docentes, a través de talleres, cursos, materiales.. y hay que proponerles no sólo ideas y problemas....., hay que proponerles estrategias para implementar eso.

Se puede empezar de manera muy modesta, utilizar un problema de vez en cuando en el aula, pero utilizarlo de manera máxima y, por ejemplo, provocar muchas soluciones, provocar la discusión de los alumnos sobre las soluciones; hacerlo una vez por semana o cada dos semanas como primer paso y, cuando estén acostumbrados, podrán pensar en hacer mucho más, significa integrar la resolución de problemas en muchos lugares.

La cuestión es ponerse en el camino ...

Hay más cosas, pero el tiempo se acaba.

Muchas gracias.