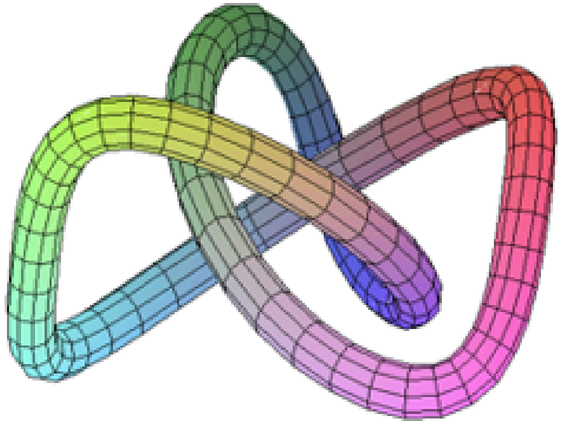


Matemas

Abril de 2001

Otros Matemas

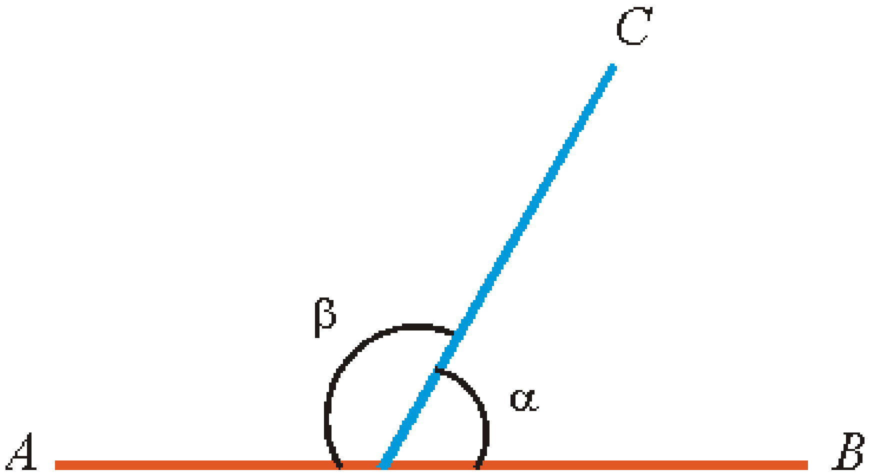
Declaración pública de amor

¿Qué es la Matemática? No puedo plasmar en una definición una respuesta satisfactoria a esta pregunta. Me he resignado a observar cómo todos mis intentos en esa dirección siempre se diluyen en la ambigüedad y la confusión. Pero lo que sí puedo hacer es expresar algunas vivencias que he experimentado con la Matemática. Tales vivencias **no definen** qué es la Matemática pero para mí implican rasgos por los cuales, en mayor o menor grado, la distingo entre las demás ciencias (o disciplinas o saberes o artes o como se quiera o deba decir). Desde luego, lo que expresaré a continuación es en gran medida subjetivo. Se trata de mis puntos de vista, mis creencias, mis sentimientos, con respecto a la Matemática.

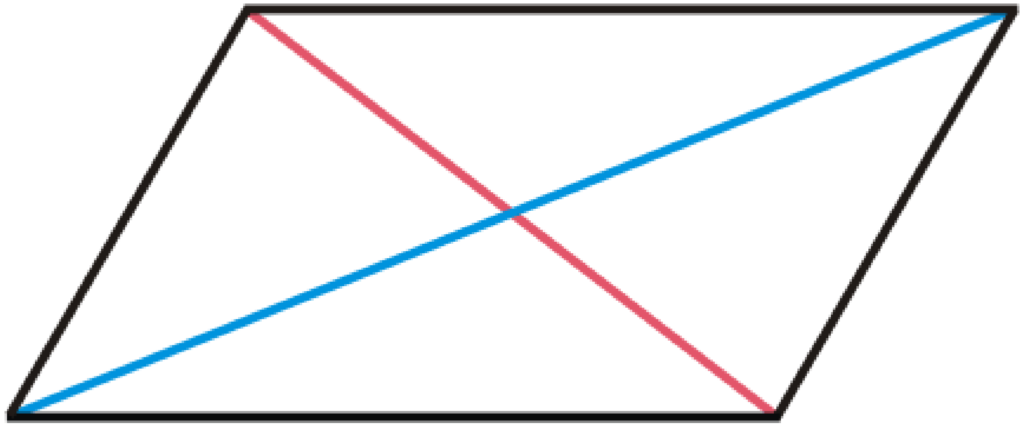
Los primeros coqueteos

Tenía 15 años cuando cursaba el cuarto año de bachillerato. En aquella época, veíamos muchas materias, una característica típica de nuestra educación secundaria. Confieso que a esa edad, en la que abundan las preguntas, los conflictos, los amoríos, **todas** me gustaban —me refiero a las materias—. Aún me siguen gustando. La biología, la química, la física, la matemática, el inglés, el francés, el español, la literatura, la filosofía, la geografía, la historia, la religión, la música, la sociología, el dibujo, la botánica, la zoología, la cívica, ... hasta ¡la educación física! me gustaba. En general, tuve muy buenos profesores y el bachillerato fue para mí un emocionante recorrido por infinidad de temas atractivos, interesantes, sugestivos, inquietantes. Siendo un estudiante de mediana inteligencia, nunca tuve tiempo suficiente para estudiar todos esos temas como me hubiera gustado hacerlo: despacio, con calma y detalladamente. El ritmo de la educación secundaria, igual que el de la superior y de posgrado, me parece veloz, agitado, estresante. Supongo que así debe ser.

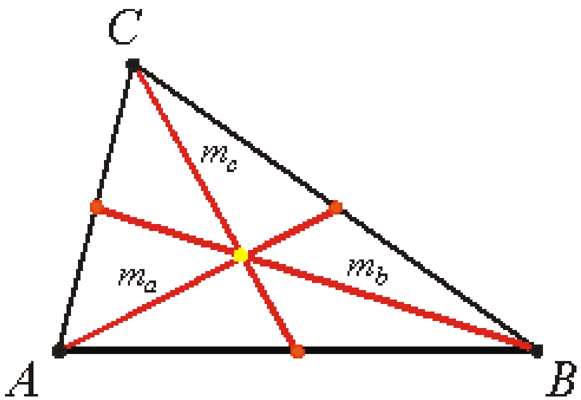
En ese cuarto año de bachillerato recibí mis primeras clases de Geometría. Así es, fui uno de los afortunados que recibió clase de Geometría Euclidiana en el colegio. Al comienzo, noté que la Geometría, tal como el profesor la presentaba, era un tanto diferente a las asignaturas de matemática que había estudiado antes: la Aritmética y el Álgebra. El profesor, de nombre **Plutarco**, comenzó tratando de darnos las primeras ideas acerca del método especial que se usaba en Geometría: los **conceptos no definidos**, los **conceptos definidos**, los **postulados**, los **teoremas**, en fin ... Después, poco a poco, nos enseñó teoremas muy sencillos de Geometría con sus respectivas demostraciones. Algunos de esos teoremas me parecían evidentes y sus demostraciones triviales como, por ejemplo, el teorema que dice que *dos ángulos adyacentes son suplementarios*.

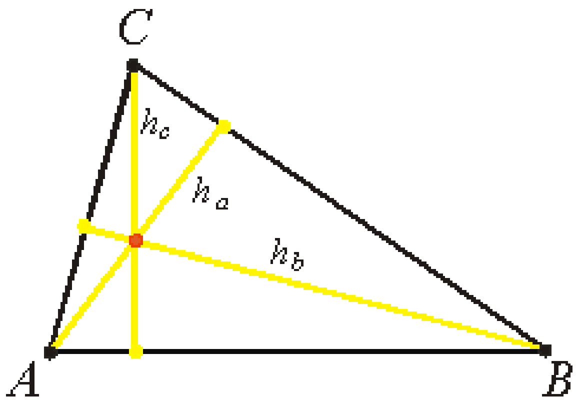


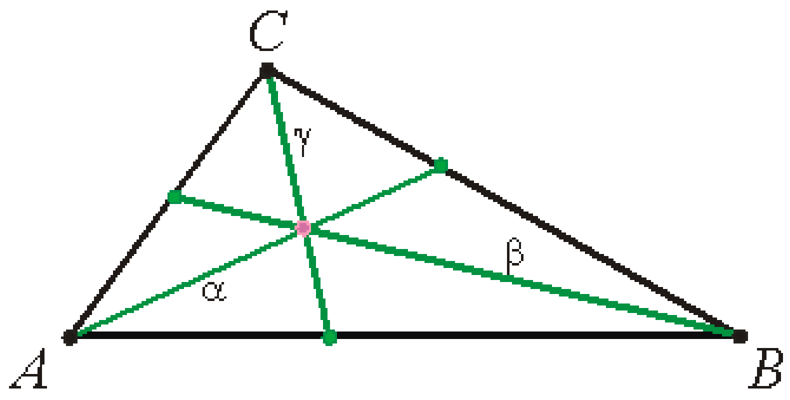
Otros teoremas no me parecían tan evidentes pero durante las demostraciones podía ver por qué eran ciertos. Es el caso, por ejemplo, del teorema que dice que *las diagonales de un paralelogramo se bisecan*.

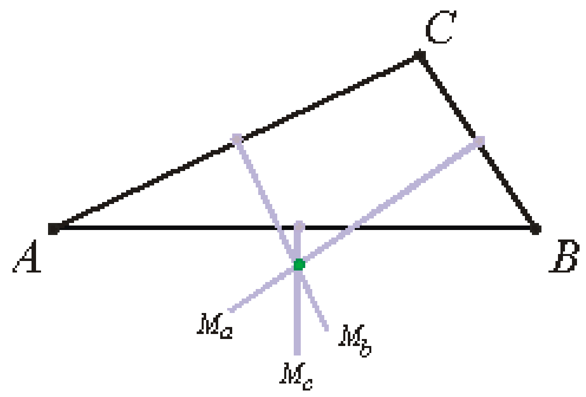


Y otros teoremas no me parecían evidentes pero sí bonitos, y sus demostraciones requerían más atención y trabajo para comprenderlas, después de lo cual quedaba impresionado por el ingenio de los razonamientos. Por ejemplo, los teoremas referentes a los segmentos notables (*medianas*, *alturas*, *bisectrices* y *mediatrices*) y los correspondientes puntos notables (*baricentros*, *ortocentros*, *incentros* y *circuncentros*) en los triángulos:

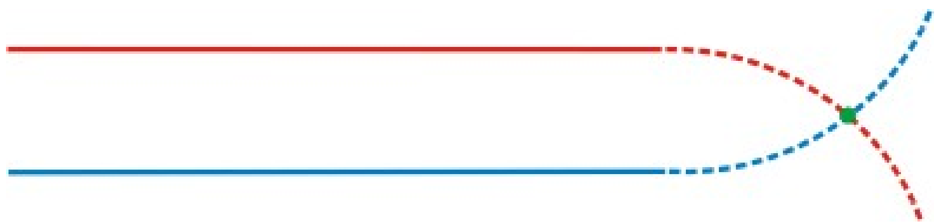








¡Qué resultados tan ... lindos y sorprendentes! Esos fueron mis primeros "flirteos" o "coqueteos" o "escarceos amorosos" con la Matemática. No obstante, algunas de las demostraciones que se hacían por el método de **reducción al absurdo** me parecían sospechosas e incluso graciosas. Sobretodo una donde el profesor pretendía demostrar que dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí. Supuso, por reducción al absurdo, que no lo eran y entonces, impunemente, **¡las "dobló" para que se cortaran!**



(Después de muchos años, me encontré frente a mis alumnos ¡haciendo exactamente lo mismo! Preferí no mirarlos a la cara por si alguno estaba sonriendo.)

Un encuentro cercano y . . . flechazo definitivo

Recuerdo con mucha claridad el día en que me enamoré perdidamente de la Matemática. Ocurrió precisamente durante una de las clases de Geometría. Fue una clase diferente en la cual ocurrió algo también diferente. En esa clase, el profesor Plutarco enunció un "tal" **Teorema de Pitágoras**. Una vez más, así como había empezado a ocurrirme con enunciados más y más elaborados que el profesor iba presentando, me sorprendió la afirmación que se hacía en el teorema. ¿Cómo se dio cuenta Pitágoras de que esa **tan simple** relación entre las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa era **válida** y además en **todos** los triángulos rectángulos?

Traté de intuir por qué podría ser cierta esa relación pero de ninguna manera pude percibir ni el más mínimo indicio al respecto. El profesor Plutarco, muy ordenado y artista, dibujó una bella gráfica en el tablero usando unas enormes reglas y escuadras, luego escribió "Demostración", trazó una línea vertical para dividir en dos la parte del tablero donde iba a escribir la demostración y procedió a anotar, en la mitad izquierda, cada paso precedido de su correspondiente numeral, y al frente, en la mitad derecha, la respectiva justificación del paso. Fui siguiendo cada paso y su justificación, comprobando que todo era cierto, pero no simplemente cierto sino, tal como ya era costumbre en prácticamente todas las demostraciones de la Geometría, ... **¡contundentemente cierto!** De repente, después de varios pasos, el profesor Plutarco escribió

$$c^2 = a^2 + b^2$$

y, a continuación, "**Q. E. D.**" Embelesado en la verificación de cada paso de la demostración, no me había dado cuenta de que después de cada uno de esos pasos estábamos más y más cerca del objetivo y, cuando finalmente este se alcanzó, mi primera reacción fue pensar: "Un momento, ¿ya está demostrado?" Mientras el profesor respondía preguntas, revisé nuevamente paso por paso. Sentí una mezcla de admiración y asombro al comprobar una y otra vez que cada afirmación se obtenía, en forma absolutamente nítida e inobjetable, de la anterior. Más aún, la cadena de afirmaciones resultante estaba ingeniosa y perfectamente diseñada para que la última de ellas fuera, precisamente, la afirmación que se quería demostrar. Mi admiración y asombro se convirtieron en fascinación. **¡Nunca antes había visto algo semejante! ¡La verdad de una afirmación sorprendente y de ninguna manera evidente, se tornaba fácil e incontrovertiblemente accesible a través de un maravilloso**

procedimiento de razonamiento! Caí en la cuenta de que en ninguna de las otras asignaturas que había estudiado hasta ese momento, salvo las de matemática, se procedía con tanta precisión, seguridad y eficacia. Pero además ... ¡con tanta belleza! Ese método se había estado empleando en todos los teoremas de Geometría que el profesor Plutarco nos había enseñado pero, antes del Teorema de Pitágoras, yo no lo había percibido con tanta nitidez. Era mi primer encuentro cercano "del tercer tipo" con la extraordinaria lógica de la Matemática. En ese momento, Euclides, que había vislumbrado todo esto por lo menos 2000 años antes, me pareció más un extraterrestre con una desbordada inteligencia superior que simplemente un genial, brillante y perspicaz terrícola griego.

La clase concluyó con unos comentarios finales del profesor Plutarco acerca de la importancia del Teorema de Pitágoras. Mientras mis compañeros salieron a "recreo", con ansiedad le pregunté al profesor qué más se podía demostrar de esa manera. Me respondió que muchas afirmaciones y me invitó a hojear un libro de Geometría que sacó de su maletín. Ese libro, lleno de hermosas y misteriosas figuras y de intrigantes definiciones, teoremas y demostraciones despertó aún más mi curiosidad.

La profunda impresión que me produjo la demostración del Teorema de Pitágoras me condujo, durante los días siguientes, a considerarla una y otra vez. Repentinamente, fui consciente de que esa demostración era en realidad mucho más de lo que yo había visto en la primera ocasión. Noté que el argumento hacía uso de varios teoremas previamente demostrados. A su vez, estos teoremas habían sido demostrados a partir de otros y así sucesivamente. Encontré finalmente que el Teorema de Pitágoras era la culminación de una cadena de aplicaciones sucesivas de conceptos no definidos, conceptos definidos, postulados y unos ocho o nueve teoremas, algunos de ellos casi inmediatos, como el que ya mencioné (dos ángulos adyacentes son suplementarios), otros no inmediatos pero fácilmente accesibles, como el que dice que en todo triángulo rectángulo cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella, y otros definitivamente de mayor exigencia como el Teorema de Thales sobre proporcionalidad de segmentos determinados en rectas por secantes paralelas, teorema este del cual el profesor se había limitado a una demostración parcial dado su nivel de dificultad. Desde este punto de vista, la demostración del Teorema de Pitágoras que habíamos estudiado en clase era en realidad, además de todo aquello que había despertado mi admiración, **¡un razonamiento muy complejo, pero abreviado y sencillo en apariencia como consecuencia de una astuta y calculada preparación de resultados previos!**

Con el paso del tiempo, he conocido otras demostraciones del Teorema de Pitágoras, algunas de ellas extremadamente simples. También, con los años, he logrado entender un poco más la Matemática y, como consecuencia, reconozco que, desde el punto de vista moderno, el sistema deductivo original introducido por

Euclides tiene muchos defectos técnicos inaceptables en el marco convencional del rigor característico de los sistemas axiomáticos vigentes en la actualidad. Pero curiosamente, todo eso no le quita ningún valor al aporte hecho por Euclides. Por el contrario, **si se tienen en cuenta las circunstancias históricas en que tal aporte se dio y su impacto generalizado en el método de la Matemática hasta nuestros días, no creo que sea exagerado considerarlo un logro pasmosamente portentoso y monumental de la inteligencia humana**.

En el instante de ese inolvidable encuentro con el Teorema de Pitágoras y su demostración quedé irremediablemente enamorado de la Matemática. Fue un certero flechazo del Cupido matemático al corazón de un joven adolescente soñador a quien todas le gustaban pero que no dudó en rendirse a los pies de la más bella.

¡Todo por amor!

Mi amor por la Matemática siempre ha crecido y se ha fortalecido con cada nueva idea, cada nueva definición, cada nuevo teorema, cada nueva demostración, cada nueva teoría que tengo la oportunidad de conocer. Es un amor que me mantiene inexorablemente cautivo. Un amor incondicional, de todos los días, sublime y gratificante.

Y como todo amor que se respete, el mío por la Matemática es ciego y hasta sordo. A partir del momento en que ví de cerca la incomparable belleza de la diosa Matemática, no tuve ojos ni oídos para otra. En ese instante decidí que estudiaría la carrera de Matemática. Nunca me pregunté qué hacía un matemático, cuáles eran sus posibilidades socio-económicas, ni siquiera me pregunté si yo tenía el talento o las cualidades requeridas para convertirme en un matemático. Ciego y sordo de amor, no ví, o no quise ver, nada de mi futuro que no tuviese que ver con ella, la Matemática. No escuché a mis padres que deseaban, el uno, que me convirtiera en un político y, la otra, en un médico. Tampoco escuché al profesor de Orientación Profesional en mi último año de bachillerato cuando leía en voz alta las características esperadas en un aspirante a la carrera de Matemática: **altos niveles de inteligencia, imaginación, rapidez mental, capacidad de abstracción, sensibilidad, memoria, dedicación, disciplina, sacrificio**. Más adelante, ya como estudiante universitario en uno de los ambientes académicos más activos del país, habría de comprobar que todas estas características eran ciertamente necesarias. Y, dado que mi nivel en cada una de ellas no era en modo alguno "alto", tuve que realizar un inmenso esfuerzo, superando momentos verdaderamente críticos, para culminar mi carrera.

Porque me encontré inevitablemente envuelto en el apabullante ritmo frenético de la educación superior, exigido por el inquietante grado de complejidad de muchos de los temas de estudio, desalentado por el devastador efecto sicológico que me producía la sensación de desventaja frente a compañeros, ellos sí verdaderamente talentosos y brillantes, y además impedido de cualquier disculpa dado el comprometedor ejemplo de calidad académica y profesional exhibido por muchos extraordinarios profesores.

Para un espíritu como el mío, sereno, introvertido, propenso a la divagación, todo eso desbordaba continuamente mis posibilidades. En la gran mayoría de clases sólo lograba seguir las primeras explicaciones pues fácilmente me rezagaba distraído por tratar de captar el significado de la primera definición o enunciado. Empleaba la mayor parte del tiempo fuera de las clases descifrando lo que no alcanzaba a captar de la "teoría" y los "ejemplos" presentados en ellas. Por consiguiente, no me alcanzaba el tiempo para hacer "ejercicios", tampoco para explorar debidamente la multitud de referencias bibliográficas analizando, comparando y sintetizando las diferentes presentaciones en cada asunto. Mucho menos podía dedicarme a especular sobre las ramificaciones, consecuencias, modificaciones, que por propia iniciativa yo pudiese intentar, de los conceptos discutidos. Cada examen era para mí una prueba en verdad temible pues, no habiendo hecho ejercicios, con seguridad cualquier pregunta implicaba algún recurso que yo no había considerado previamente. Tampoco trataba, por mi concepción "romántica" y escasamente "práctica" de la academia, de adivinar o intuir qué preguntas podrían ser posibles en los exámenes, habilidad en la que muchos compañeros eran verdaderos especialistas. Siempre me acompañaba la sensación de que estaba teniendo que pasar muy superficialmente por muchos aspectos interesantes e importantes y, día tras día, alimentaba el sueño de poder retomar todo desde el principio, tranquila y calmadamente, y recrearme con una reconstrucción sistemática, detallada, completa. Fueron cinco años de intensa y continua presión académica, social, intelectual, sicológica.

Pero, enamorado como estaba, luché hasta el límite de mis fuerzas por mantenerme. Cualquier cosa, menos sacrificar esos dulces momentos que en ocasiones, ignorando un poco la presión y el estrés, podía pasar en compañía de mi amor. Estaba embarcado en una empresa claramente muy difícil para mí pero el sólo pensamiento de la posibilidad de claudicar se convertía en un acicate. Estuve dispuesto a combatir hasta el final. Y, finalmente, la odisea terminó con éxito. Logré sobrevivir a esa dura prueba. Pero sólo para iniciar otra no menos dura. Tres días después de mi graduación, era nombrado profesor de tiempo completo y dedicación exclusiva en la Universidad del Cauca. **¡Profesor universitario! ¡Algo para lo cual no había sido formado! ¡Yo había estudiado matemática pura y el objetivo de esa carrera no es formar profesores universitarios sino científicos de la**

Matemática! El destino parecía empeñado en cobrarme un alto precio por mi persistencia en serle fiel a mi amada. Y no tuve otra alternativa distinta de pagar ese precio. ¡Todo por amor!

El método y otras cosas

Experimento un inmenso placer intelectual descifrando una demostración hasta sus últimos detalles y verificando, como en aquella del Teorema de Pitágoras que nos enseñó el profesor Plutarco, la "**irrazonable**" eficacia del método de la Matemática. Me encanta **toda** la Matemática. Sea "pura" o "aplicada", no me importa. Ningún tema de la Matemática me parece "jarto" o "aburrido" (sí, ya sé, consecuencia de estar enamorado). Pienso que se debe a que todos esos temas se desarrollan aplicando el mismo **método** y, en últimas, es el método el que me mantiene "atrapado sin salida". Ese método, que en esencia es **lógica y rigor a ultranza**, no lo encuentro en otros campos del saber. Para mí, el método distingue a la Matemática de otras áreas. Por eso, me siento tentado a respaldar la afirmación según la cual "**a la matemática se la identifica con su método y de este se puede vislumbrar su objetivo** ". Pero mejor evito la pretensión de limitar al restringido espacio de una breve frase toda la grandeza de la causa y objeto de mi gran amor, la Matemática. Porque en realidad, para mí, **ella es no sólo demostración. Es también, misterio, emoción, sorpresa. Es belleza de forma y de contenido. Es reto, es desafío, es victoria exultante y es derrota estimulante. Es imaginación, intuición, presentimiento, conjetura, pero también es rigor, formalidad, lógica. Es una desconcertante mezcla de esbozo y acabado. Es una ciencia artística y un arte científico. Es abundancia de problemas sencillos y complicados pero también multiplicidad de espléndidas y refinadas teorías. Es una paradójica combinación de dificultad y facilidad. Es como un inmenso, complejo, polifacético y continuamente mutante ser vivo en persistente evolución hacia la perfección. Y me parece todo eso tan hermoso que quisiera no perderme de nada, quisiera conocerlo de principio a fin, en todas las direcciones y en todas las dimensiones, quisiera ... bueno, quisiera poder resumir en un párrafo lo que siento por, y pienso de, la Matemática. Un párrafo como el que alguna vez escribiera Arthur Cayley**:

> *Es difícil dar una idea de la vasta extensión de las matemáticas modernas. La palabra "extensión" no es la adecuada; quiero significar una extensión que está llena de hermosos detalles, no una extensión uniforme, como una llanura desnuda, sino una región de un hermoso país, vista primero a distancia, pero que merece ser recorrida de un extremo al otro y estudiada hasta en sus menores detalles, en sus valles, sus cursos de agua, sus peñascos, sus bosques y sus flores*.

Aún quiero ser un matemático

Me gusta citar la siguiente "definición" debida a Lord Kelvin:

Un matemático es aquel para quien la igualdad

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$$

es tan obvia como para usted que dos y dos son cuatro. Liouville era un matemático.

Según esta definición, deduzco inmediatamente que **no soy un matemático**. Pero eso no me priva de la posibilidad de estudiar y disfrutar la demostración de tan interesante igualdad. Día tras día, conociendo estas y otras pequeñas maravillas de ese jardín paradisíaco que —parodiando una famosa frase— "Euclides creó para nosotros", realizo una parte infinitesimal de mi sueño utópico de llegar a ser un matemático. Hubiese sido genial (literalmente) ser un Liouville, un Gauss, un Galois, un Ramanujan, un Hardy, un Leibniz, un Newton, un Hilbert, un Euler, un Wiles, un Fermat, un Euclides o un Pitágoras, todos ellos, seguramente, matemáticos "módulo Lord Kelvin". Supongo que la diferencia habría sido que, en tal caso, disfrutaría intensamente muchas cosas que, siendo quien soy en realidad, ni siquiera alcanzo a percibir. No soy un matemático en el sentido de Lord Kelvin pero puedo **jugar a ser un matemático** y puedo **entender y recrearme con pequeños fragmentos de la grandiosa obra de los "verdaderos" matemáticos**. Y eso, precisamente, ha ocupado gran parte de mi vida. Por lo cual me siento orgulloso. Cambié muchas cosas por pasar inolvidables momentos en compañía de la bella Matemática. No puedo negar que, en gran medida, ha valido la pena y sólo tengo palabras de agradecimiento para Euclides y todos los demás que se dieron, y los que hoy se dan, a la tarea de crear y cultivar ese paraíso al cual afortunadamente un día decidí entrar y del cual difícilmente algún día querré salir.

Nacho

Otros Matemas