Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

Impactos De La Matemática Sobre La Cultura

Miguel de Guzmán

Miguel de Guzmán, Impactos de la Matemática sobre la Cultura, en: La Ciencia ante el siglo XXI. Ciclo de conferencias de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (Fundación Ramón Areces, Madrid, 1995), 21-54.

Texto de una conferencia en la Fundación Ramón Areces en abril de 1994.

Indice

1.- Introducción

El pensamiento matemático representa hoy día una componente muy influyente en prácticamente cada uno de los aspectos de la cultura humana, pero su espíritu va a ejercer en un futuro próximo un impacto aún más importante. En las últimas décadas esto se hace cada vez más patente a través de la presencia creciente del ordenador y de su estilo invasivo en nuestra cultura. Va resultando urgente tratar de analizar en profundidad las oportunidades y los riesgos que a la cultura humana se le presentan en esta situación, a fin de promover las formas correctas de desarrollo y para tratar de evitar, antes de que sea demasiado tarde, los peligros en que nuestra cultura puede quedar inmersa. Y es muy importante que los científicos y los matemáticos en particular no permanezcan como meros observadores en este proceso, que los filósofos por sí solos no serán capaces de analizar correctamente. Puesto que van a ser actores principales en los desarrollos que se acercan, deberían ser plenamente conscientes de su propia responsabilidad en darles una correcta dirección.

En las líneas que siguen trataré de presentar concisamente algunas ideas que tal vez pueden servir para encauzar este análisis.

2.- Naturaleza del quehacer matemático

¿Cómo concebir la matemática hoy? La concepción tradicional de la matemática como "ciencia del número y de la extensión", aunque incompleta, como veremos, nos puede proporcionar un buen punto de arranque. La realidad nos presenta una estructura básica interesante. En ella aparece, ya con la propia autoconciencia del yo, la idea de unidad que vive en comunidad, en comunión con otras unidades semejantes, es una unidad hasta cierto punto repetible, inmersa al

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

tiempo en una multiplicidad. Esta multiplicidad es compleja, pero no caótica, ininteligible. Es reducible a orden.

De esta primordial complejidad de la realidad el hombre adquiere inicialmente un dominio analógico. Las muescas en los árboles que cuentan los días que pasan, las señales en la piedra del pastor primitivo que cuenta su rebaño, una por cada cabeza de ganado, constituyen el primer intento por adquirir una cierta manipulabilidad de la multiplicidad. De ahí se pasó, siguiendo una tendencia específicamente humana, al dominio simbólico, mediante la sustitución de los grupos de muescas por símbolos, números, que permitían una expresión más concisa. Pero el paso crucial tuvo lugar cuando el hombre diseñó, después de muchos siglos, sistemas de numeración operativos y eficaces, como los de los pueblos mesopotámicos, para manipular cuantitativamente la multiplicidad. Había nacido la aritmética como respuesta al intento de dominar la complejidad de la multiplicidad. Y con ello se abría también, ante la posibilidad obvia de enfrentarse manipulativamente con multitudes cada vez mayores, el sendero hacia el infinito matemático, lo que, como veremos, constituirá el aspecto que proporciona su profundidad al quehacer del matemático.

Junto a la multiplicidad, el mundo real presenta al hombre otra estructura compleja primitiva, y con ella el reto de dominarla mentalmente de alguna manera. El espacio constituye esta segunda complejidad con sus esquemas propios: coincidencia, adyacencia, separación, conexión, forma, medida,... Históricamente esta estructura de la realidad fue tratada estéticamente antes que racionalmente, a través de la abstracción y teoretización se llegase a la geometría. Una muestra inicial de una característica de la matemática que aparecerá recurrentemente y que más tarde analizaremos. A través de la belleza sensible se va pasando hacia la búsqueda y creación de la belleza y armonía intelectual.

Considerando los aspectos comunes de este proceso mental, podríamos decir inicialmente que la matemática es una exploración de la complejidad de ciertas estructuras de la realidad.

Pero, naturalmente, esto se podría afirmar también de cualquier otra ciencia. El quehacer matemático se distingue por la forma peculiar como se acerca a sus propios objetos. La matemática trata de obtener su domino sobre ellos a través de:

1) Una simbolización adecuada.

2) Una manipulación racional rigurosa de ellos, donde rigurosa quiere decir que compele al asenso.

3) Con la finalidad de adquirir un dominio efectivo de la realidad en cuestión.

Si uno examina, a lo largo de la historia de la matemática, las sucesivas ampliaciones de su campo de acción que han tenido lugar, observa con claridad que esta descripción que de su quehacer hemos abstraído a través de la observación de los orígenes de la aritmética y geometría es perfectamente válida también para ellas.

Hacia el siglo 9 comienza a surgir el álgebra como enfrentamiento y deseo de dominio más efectivo de la complejidad del símbolo numérico, presente en la aritmética.. Surge así lo que viene a ser el símbolo del símbolo con la creación de lo que en principio fue el álgebra cosista (la x de los algebristas fue "cosa" antes de ser x) hasta convertirse en álgebra literal. Con el álgebra aparece un elemento que será

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

crucial para el desarrollo posterior, la iniciación de la representación funcional, que proporcionará luego la posibilidad de simbolizar la dependencia.

En el siglo 17 los matemáticos se enfrentan con otras estructuras complejas de la realidad. Ya disponen de herramientas suficientes, especialmente por la presencia del lenguaje funcional y por la disponibilidad de instrumentos de medida del tiempo más eficientes, para afrontar la cuantificación y posterior matematización del cambio en el tiempo y la causalidad de las transformaciones físicas. Surge así el cálculo infinitesimal que viene a proporcionar al científico los útiles fundamentales para el dominio cuantitativo de las estructuras complejas del cambio y de la causalidad, que en la matemática de los griegos está ausente.

La aparición y desarrollo de la probabilidad y estadística representa el resultado del enfrentamiento del hombre con un nuevo reto: el dominio de la incertidumbre. Los fenómenos en que las causas de las transformaciones son pocas y controladas una a una pueden ser tal vez analizadas mediante los instrumentos del cálculo. Pero hay otros muchos fenómenos físicos en los que hay una multitud inabarcable de causas simultáneas. La nueva forma de afrontar tal estudio será la de renunciar a controlar todas y cada una de ellas y reducirse a aplicar las leyes de la probabilidad, adquiriendo así un cierto dominio del azar. Otro paradigma diferente de conocimiento.

En el siglo 19 se comienza a hacer intentos por fundamentar sólidamente el análisis. Las geometrías no euclídeas atraen la atención de los matemáticos hacia la necesidad de estudiar más en profundidad las complejidades presentes en la estructura formal del pensamiento. El estudio de los fundamentos, que viene a ser culminado en la obra de Gödel, puede por tanto ser interpretado como el resultado del matemático en su esfuerzo por dominar más profundamente la complejidad inherente en la propia estructura formal del pensamiento matemático.

En nuestro tiempo la aparición de ciertas creaciones matemáticas concretas se puede interpretar bajo esta misma luz. La presencia del ordenador en las últimas décadas ha permitido al matemático una aproximación a fenómenos que hasta hora le estaban vedados por ia imposibilidad de cálculo rápido, de representación gráfica versátil e interactiva de sus experimentos.

Hasta hace unos 30 años, los fenómenos cuya modelización matemática daba lugar a modelos no lineales habían de ser analizados a través de sus aproximaciones lineales. La simple iteración 200 veces de la operación $4x(1-x)$ partiendo de un valor inicial 0,7 con quince cifras decimales era algo impensable. Los actuales ordenadores personales lo hacen con gran rapidez y seguridad. La compleja estructura de muchos fenómenos no lineales está así a nuestro alcance, y la experimentación posible ha dado lugar a la interesante teoría de sistemas dinámicos en la que el caos matemático y las estructuras fractales hacen su aparición de modo natural.

Para el futuro, tal vez aún lejano, queda pendiente, entre otros muchos temas importantes, el estudio de la complejidad del funcionamiento global del pensamiento humano. Las aproximaciones de la llamada inteligencia artificial a la inteligencia humana son aún muy burdas y aún no hemos empezado a atisbar lo que significa la capacidad de autorreflexión de la mente, la conciencia humana.

Como queda corroborado por el examen de la naturaleza de las expansiones sucesivas de la matemática a lo largo de la historia, el quehacer matemático consiste en el enfrentamiento de la mente humana con ciertas estructuras complejas de la realidad que se prestan a ese tipo peculiar de análisis a través de la simbolización

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

adecuada, que permite a su vez la manipulación racional rigurosa de sus objetos, proporcionando así un cierto dominio operativo de la realidad subyacente.

En 1923 Alfred N. Whitehead, en una famosa conferencia titulada Sobre el Bien, analizaba las razones por las que la matemática había penetrado e iba a penetrar aún más profundamente tantas parcelas del pensamiento humano:

> "La noción de estructura es tan antigua como la civilización...la infusión de estructuras en el curso de la naturaleza y la estabilidad de tales estructuras, así como la modificación de ellas es la condición necesaria para la realización del Bien".
>
> "La matemática es la técnica más poderosa para la comprensión de la estructura y para el análisis de la relación entre estructuras..."
>
> "Considerando la inmensidad de su campo de acción, la matemática, incluso la matemática moderna, es una ciencia en su infancia".
>
> "Si la civilización continúa avanzando, en los próximos 2000 años, la novedad predominante en el pensamiento humano será el señorío de la intelección matemática".

Exploremos a continuación, antes de pasar a considerar el entronque del quehacer matemático con el resto de la actividad cultural humana, las motivaciones profundas que han llevado al hombre colectivo a ocuparse de la matemática.

3.- La motivación primordial del quehacer matemático

La cultura griega del siglo 6 a. de C., en la que se gestó la matemática con características muy semejantes a las que presenta la que hoy practicamos, poseía un extraordinario entusiasmo por la racionalidad. En ella se da la primacía en las relaciones humanas al convencimiento por persuasión frente a la imposición por la fuerza, imperante en civilizaciones más primitivas. Probablemente este amor por la racionalidad fue un elemento importante para el desarrollo de la matemática como ciencia entre ellos. La matemática era un mundo racional en el que el consenso es perfectamente posible.

Los pitagóricos vieron en el quehacer matemático algo más. Para ellos la matemática era un camino para penetrar en "las raíces y fuentes de la naturaleza", no era meramente un objeto de estudio sino el centro de un modo de vida científico-religioso. La matemática, instrumento para entender cómo "todo es armonía y número" en el universo, desvela al hombre la armonía que él mismo debe mantener con su entorno.

En el sentir profundo de muchos de los matemáticos de todos los tiempos, sin excluir en muchos casos la connotación religiosa al modo pitagórico, la matemática es ciertamente una forma de creación de belleza intelectual. Entre los antiguos esto es bien patente en Platón, los neoplatónicos, la Kabala,... En el renacimiento se hace obvio en Kepler, que viene a expresar en buena medida el sentir de su tiempo. Entre los matemáticos recientes se puede citar a Poincaré, Hardy, Hermann Weyl, como defensores bien explícitos de las profundas conexiones entre matemática y belleza.

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

En este sentir común de los matemáticos se puede situar tal vez la aportación más profunda de la matemática a la cultura humana, y muy en particular a nuestra cultura occidental, como heredera de los griegos. Se trata de la convicción profunda de que el universo es inteligible, y que en unos cuantos aspectos importantes para el bien ser y bien estar del hombre, es inteligible mediante la razón matematizante. La actividad matemática es así una peculiar fusión de reconocimiento del orden presente en el universo y al mismo tiempo de creatividad, espontaneidad, libertad, belleza. En esto precisamente estriba su valor educativo más profundo, mucho más que en el mero dominio en las destrezas técnicas del oficio.

Las preguntas que nos ocuparán a continuación son las siguientes: ¿hasta qué punto la actividad matemática constituye realmente uno de los ejes fundamentales de nuestra cultura? ¿Cómo interactúa con los otros quehaceres importantes del hombre, tales como el mundo de la técnica, de la filosofía, del arte? ¿Cuáles son y qué signo tienen los impactos profundos sobre la cultura que se pueden prever en un futuro próximo?

4.- El impacto de la matemática en el mundo de la técnica
El misterio de la aplicabilidad de la matemática

La aplicabilidad de las matemáticas a la realidad es un enigma nada fácil de resolver. El matemático observa una parcela del mundo real, que incluye su propio mundo mental y el universo exterior en toda su complejidad. Encuentra en él unos cuantos elementos que le parecen reducibles a simbolización, a manipulación racional. Comienza a jugar mentalmente con estos elementos. Explora sus relaciones mutuas, introduce estructuras más complicadas que parecen capaces de resumir, de simplificar su juego.

Al hacerlo se deja llevar por el sentido estético y lúdico de su espíritu y por su afán de una visión simple, unitaria, intuitiva de tales estructuras. Construye un nuevo mundo a su medida, aunque no enteramente a su antojo, pues se atiene a una cierta realidad externa inicial y a las exigencias de coherencia mental interna.

El juego se convierte en una teoría matemática. Se complica, se persigue por sí misma, pasa a ser un complejo mundo de la mente, con muchos más elementos añadidos espontáneamente por el matemático que los que provienen directamente de la realidad externa, que por otra parte ya fue mutilada en las primeras abstracciones.

Y sin embargo, de modo insospechado resulta que el mundo real parece adaptarse perfectamente a nuestro mundo matemático de manera que éste es capaz de explicar en grado bien satisfactorio estructuras muy complejas de la realidad física, química, biológica, económica, sociológica,...

Esta sensación de intenso asombro viene certeramente expresada en las palabras finales de un artículo de E. P. Wigner, titulado La irrazonable efectividad de las matemáticas en las ciencias naturales:

> "El milagro de la adecuación del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes físicas es un don maravilloso que ni entendemos ni merecemos. Deberíamos mostrarnos agradecidos por él y esperar que permanezca siendo válido en la investigación futura y que se extienda, para bien o para mal, para placer nuestro, aunque también tal vez para nuestra perplejidad, a ramas más amplias del saber".

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

Es algo así como si un desconocido me contase unos pocos rasgos de su vida con los que yo me compusiera una novela y resultara que ésta viniese a coincidir exactamente con lo que esa persona ha experimentado en su vida incluso en detalles superficiales.

Los ejemplos de esta situación abundan en la historia de las ciencias. La profunda intuición básica de Pitágoras de que todo en el universo es "armonía y número" no es, probablemente, sino el resultado de una primordial experiencia al observar cómo los números rigen objetos tan dispares como la forma espacial y la música. Con razón se expresa Whitehead admirativamente sobre este primer momento de la historia de la ciencia moderna: "Verdaderamente, Pitágoras, al fundar la filosofía europea y la matemática europea, las dotó con la más afortunada de todas las conjeturas, ¿o tal vez fue una chispa de genio divino, que le hizo penetrar hasta lo más hondo de la naturaleza de las cosas?" (Science in the Modern World, final del Cap.2).

La impenetrabilidad del misterio de la aplicabilidad de la matemática ha sido expresada por Bourbaki en nuestro tiempo, con la rotundidez que le caracteriza:

> "Que existe una relación íntima entre los fenómenos experimentales y las estructuras matemáticas parece confirmarse plenamente de la forma más inesperada mediante los descubrimientos más recientes de la física contemporánea. Pero no sabemos absolutamente nada sobre los fundamentos de este hecho (suponiendo que se pudiera encontrar realmente significado a estas palabras) y tal vez no lleguemos a saber nunca sobre ello" (N.Bourbaki, L'Architecture des Mathématiques).
>
> La aplicabilidad de la matemática en nuestra cultura, en nuestro modo de hacer ciencia y en nuestra propia vida cotidiana, es algo tan profundamente asumido que difícilmente podríamos concebir nuestro mundo actual, especialmente en lo que se refiere a sus realizaciones científicas y técnicas, despojado de sus componentes matemáticas. Desde Kant, y aun antes, se viene considerando más o menos explícitamente, y más o menos exageradamente, como comentaremos más adelante, que "en cada una de las disciplinas de la naturaleza solamente se puede encontrar tanto de auténtica ciencia cuanto se encuentra en ellas de matemáticas"

(Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaften, Vorwort).

La aplicabilidad de las estructuras matemáticas llegará, con la ayuda del ordenador, gracias a su potencia de cálculo, su capacidad de modelización, su impresionante efectividad gráfica, a convertir la matemática en una versátil herramienta útil en tareas mucho más abarcadoras aún que aquellas en las que en la actualidad se ve involucrada, con incursiones en aspectos de las ciencias sociales y humanas cuya complejidad deja atrás la de las ciencias más tradicionales de la física, química, etc.

Oportunidades conllevan riesgos. Y la invasión de las aplicaciones de la matemática en nuestra vida mental y práctica no está desprovista de ellos. Más adelante tendremos ocasión de reflexionar sobre este punto. De momento vamos a pasar a considerar otros aspectos de nuestra cultura cuya interacción con la matemática ha sido y es extremadamente profunda.

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

5.- La permamente conexión de la matemática con el pensamiento filosófico

En la historia del pensamiento humano ha habido una constante interacción entre sus vertientes filosófica y matemática. Los matemáticos cuyas reflexiones han tenido influencia sobre el progreso del pensamiento filosófico son numerosos. Como muestra se pueden citar los nombres de Pitágoras en el mundo antiguo, Descartes, Pascal, Leibniz en el siglo 17, el siglo de los genios en matemática, y en nuestro siglo Hilbert, Russelll, Whitehead, Wittgenstein, Weyl, Gödel. Los movimientos filosóficos que han buscado su apoyo, su inspiración y hasta su modelo, en el estilo y modo de proceder en la matemática son multitud.

Ante este fenómeno innegable se debe preguntar uno por las razones intrínsecas que tiene que haber que lo expliquen. ¿Por qué se acerca el hombre-filósofo hacia el hombre-matemático? El filósofo intenta comprender y desentrañar los muchos enigmas que el mundo real, su mundo interno y el mundo exterior, le proponen. Pero la realidad se presenta demasiado enmarañada para tratar de abordarla tal cual es. El mundo de la matemática pretende ser una simplificación, como el armazón interno, de unos cuantos aspectos importantes del mundo real. Es un croquis parcial del mundo, hecho por el hombre a su medida. Es natural que el filósofo de todos los tiempos, de forma más o menos consciente, ante su imposibilidad de penetrar directamente en la maraña de la realidad, haya considerado certeramente la matemática como un primer campo de operaciones extraordinariamente valioso en su camino hacia zonas más ricas de la realidad. Tal fue la actitud de los pitagóricos, transmitida con su influyente estilo peculiar por Platón y retomada en diversas ocasiones por los filósofos a lo largo de los siglos hasta nuestros días. Ese talante de pensamiento es lo que hace aparecer aquellos filósofos antiguos tan "contemporáneos" ante nuestros ojos. Más ajustado sería decir que el estilo de pensamiento contemporáneo conserva con bastante fidelidad muchos de los rasgos del pitagorismo inicial.

Pero hay otros aspectos interesantes en la matemática que atraen de modo natural al filósofo. La dinámica interna del pensamiento matemático, la lógica de su estructura, simple, tersa, sobria, clara, hacen de él un modelo de reflexión fiable que suscita el consenso de todos. Los filósofos interesados en aclarar los misterios del conocimiento humano han visto en él un campo ideal de trabajo donde poner a prueba sus hipótesis y teorías.

Por otra parte, en la matemática aparecen muchos aspectos generales del conocimiento desligados de otras componentes, de naturaleza sensorial, volitiva,... lo que hace su estudio más simple.

Incluso, más recientemente, también los psicólogos interesados por los aspectos relacionados con el estudio de la creatividad humana, y también quienes estudian la inteligencia artificial, han acudido a la matemática también por razón de su carácter paradigmático en los temas de su interés.

La matemática es, pues, para el filósofo, por diversos motivos, un campo bien útil en sus propias exploraciones. Pero también el matemático tiene sus propias razones bien poderosas para aproximarse a la filosofía.

Desde los pitagóricos, los matemáticos se han interesado profundamente por lo que en el fondo significa su propia actividad, planteándose un sinfín de preguntas inquietantes. ¿De dónde surgen las estructuras matemáticas? ¿Hay matemática en las

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

cosas, la hay de algún modo en el exterior del hombre? ¿Están las estructuras matemáticas solamente en la mente humana? ¿Cómo es la interacción mente-mundo para que de ella pueda surgir la matemática? ¿Cómo es que el mundo externo parece adaptarse a estructuras mentales que se han desarrollado como por su propio dinamismo, sin ninguna intencionalidad práctica, cómo explicar esa irrazonable efectividad de la matemática? Son muchas las preguntas que surgen de modo natural ante el matemático reflexivo que no queda satisfecho con el mero juego manipulativo, que por otra parte resulta apasionante, de sus sofisticadas técnicas.

Pero el más profundo elemento del pensamiento matemático es, sin duda, el reto principal con el que se ha enfrentado desde el inicio de su existencia: el señorío de los procesos infinitos de pensamiento. La matemática no sería más que una tautología, inmensa y creciente, eso sí, pero una tautología al cabo, de no ser por la presencia de diversos tipos de procesos infinitos. ¿Cómo explicar la posibilidad y el sentido de tales procesos? ¿Qué significa el infinito matemático en relación con la estructura de la mente humana? ¿Qué implicaciones tiene la presencia del infinito en la matemática?

Tal vez se podría ensayar una explicación con la siguiente orientación. En la apertura inicial de la mente al conocimiento intelectual, a cualquier conocimiento intelectual, está presente como horizonte, como condición de posibilidad de cualquier conocimiento concreto, el ser en su infinitud, en su inconcreción. En este horizonte debe destacarse el ser concreto, limitado, y este horizonte es lo que hace posible cualquier otro conocimiento. No nos lo planteamos como objeto. Es el fondo de nuestra visión cognoscitiva, y, de no estar ahí, no habría nada cognoscible. La mente está abierta, por su propia naturaleza, a este horizonte. Es algo constitutivo de su forma de ser. El ser concreto y limitado se destaca en ella precisamente de modo negativo, mostrando su limitación, su modo de ser particular que niega el modo de ser de otros muchos, afirmando así implícitamente que el ser importante es el que no tiene modo. Es así como lo infinito está presente en el principio de todo quehacer matemático. Del uno al dos... y ya está ahí el infinito presente, y aun en el uno mismo, a través de la conciencia de que no lo llena todo, de que es repetible en cierto modo. Pero esta presencia, como horizonte, del infinito, no se deja atrapar como objeto por la mente matemática plenamente, sin dejar residuos.

No es, pues, de extrañar que el enfrentamiento con el infinito sea la gran fuente de fecundidad del pensamiento matemático, pero al mismo tiempo la causa de las frustraciones más profundas en aquellos que han pensado en algún momento en tenerlo aferrado entre los dedos. Los momentos más fecundos de la historia de la matemática han tenido lugar precisamente en los instantes de audacia matemática hacia un nuevo tipo de comprensión del infinito: pitagóricos, descubrimiento del irracional, Zenón, cálculo infinitesimal, dominio de los procesos de paso al límite, series, integral,... por Cauchy, Weierstrass, teoría de conjuntos de Cantor, teorema de Gödel, teorías de conjuntos no cantorianas...

En nuestro siglo ha tenido lugar el resultado más espectacular en lo que se refiere a las consecuencias de la presencia del infinito en la matemática: el teorema de Gödel. Durante el siglo 20 la matemática ha experimentado un crecimiento sin precedentes. Se han creado multitud de métodos eficaces para atacar problemas viejos y nuevos, como por ejemplo la teoría de distribuciones. Se han obtenido teorías enormemente fructíferas desde los puntos de vista más diversos, tanto desde la óptica de la matemática fundamental como de la matemática aplicada. Por poner un ejemplo, la teoría de sistemas dinámicos.

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

Se han obtenido teoremas que vienen a culminar siglos de trabajo de la comunidad matemática, tales como el de la clasificación de los grupos simples finitos o el teorema de Fermat.

Y, sin embargo, desde el punto de vista de la necesaria autocomprensión de lo que la actividad matemática es en realidad, ningún teorema ni teoría pueden ser comparados en profundidad e importancia para el pensamiento matemático con lo que representa el teorema de Gödel sobre la necesaria incompletitud de cualquier sistema matemático. En este aspecto, el auténtico teorema del siglo 20, mucho más que el de Fermat o el de los cuatro colores, será, para la historia, el teorema de Gödel.

El teorema de Gödel es la respuesta tajante y frustradora al sueño que Hilbert expresaba en 1925, en su artículo famoso Über das Unendliche: "En cierto sentido la matemática se ha convertido en una corte de arbitraje, un tribunal supremo para decidir cuestiones fundamentales sobre una base concreta en la que todos pueden concordar y donde cada afirmación sea controlable,...Un ejemplo del tipo de cuestiones fundamentales que pueden ser tratadas de este modo es la tesis de que todo problema matemático es soluble. Todos nosotros estamos convencidos de que realmente es así. De hecho uno de los principales atractivos para atacar un problema matemático es que siempre oímos esta voz dentro de nosotros: Ahí está el problema, encuentra la contestación, siempre la puedes encontrar puramente pensando, pues en matemática no hay ningún *ignorabimus*".

Hilbert trató de realizar este sueño de cerciorarse del "no ignoraremos" a través del proceso de formalización, es decir, tratando de considerar la matemática como un sistema formal, una especie de juego de símbolos, como las fichas de ajedrez, en un principio desprovistos por sí mismos de significado que lo adquieren a través de las convenciones iniciales de los postulados o axiomas del sistema. Estos objetos se manipulan a través de las reglas de manejo que sus definiciones introducen y a través de las reglas de implicación lógica en las que todos convenimos. Así van resultando los teoremas del sistema. Se trataría entonces de asegurarse de que cualquier proposición que se pueda proponer en el sistema con sentido dentro de él podría ser demostrada o bien refutada, es decir su negación demostrada.

En su artículo Sobre proposiciones formalmente indecidibles de los Principia Mathematica y sistemas emparentados, en 1931, Kurt Gödel demostraba con la esperanza de Hilbert. En cualquier sistema formal en el que se pueda desarrollar la aritmética existen proposiciones legítimas del sistema que son indecidibles, es decir ni su afirmación ni su negación son demostrables. Y una de ellas es la que afirma la consistencia del sistema, es decir la imposibilidad de que en él aparezcan contradicciones.

No trataremos de perseguir aquí en profundidad las implicaciones profundas que el teorema de Gödel ha causado sobre la concepción de la matemática. Solamente quisiera presentar unos pocos testimonios, al modo de confesiones, de matemáticos que se hacen eco del impacto que la nueva visión ha producido en ellos.

Bertrand Russell afirmaba en 1901 que "el edificio de las verdades matemáticas se mantiene inconmovible e inexpugnable ante todos los proyectiles de la duda cínica". En 1924 ya había cambiado considerablemente de opinión. Para él, la lógica y la matemática, al igual que, por ejemplo, las ecuaciones de Maxwell, "son aceptadas debido a la verdad observada de algunas de sus consecuencias lógicas". En 1959, en la descripción de su itinerario filosófico, afirma: "La espléndida certeza

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

que siempre había esperado encontrar en la matemática se perdió en un laberinto desconcertante".

El mismo Carnap, de la corriente neopositivista, al que en 1930 se podía oir ponderar la matemática como "la más cierta de todas las ciencias", señala en 1958 como una de las analogías principales entre física y matemática "la imposibilidad de la certeza absoluta".

Hermann Weyl, uno de los matemáticos más profundos de nuestro siglo, se percató, incluso antes de que Gödel publicara su contribución sobre los fundamentos, de que la matemática era "irremisiblemente falible". Y en 1949 presenta lo que para él debe ser la adecuada interpretación de la matemática como ciencia: "Ningún Hilbert será capaz de asegurar la consistencia para siempre; hemos de estar satisfechos de que un sistema axiomático simple de matemáticas haya superado hasta el presente el test de nuestros elaborados experimentos matemáticos... Una matemática genuinamente realista debería concebirse, en parangón con la física, como una rama de la interpretación teorética del único mundo real y debería adoptar la misma actitud sobria y cautelosa que manidfiesta la física hacia las extensiones hipotéticas de sus fundamentos."

John von Neumann afirma asimismo en 1947 que "la matemática clásica, aunque nunca más se pudiera estar absolutamente seguro de su fiabilidad... se sostiene sobre un fundamento al menos tan firme como, por ejemplo, la existencia del electrón. En consecuencia, si se está dispuesto a aceptar las ciencias, se puede aceptar también el sistema de la matemática clásica." Y confiesa también cómo experimentó el mismo itinerario mental común a tantos matemáticos de nuestro siglo: "Yo mismo reconozco con qué humillante facilidad cambiaron mis puntos de vista respecto de la verdad absoluta de la matemática... y cómo cambiaron tres veces sucesivas."

Quine, uno de los lógicos matemáticos importantes de nuestro siglo afirmaba ya en 1958 desde su perspectiva: "lo más razonable es considerar la teoría de conjuntos, y la matemática en general, como consideramos las porciones teóricas de las ciencias naturales; en cuanto que contienen verdades o hipótesis que han de ser vindicadas menos por la pura luz de la razón que por la contribución indirecta y sistemática que hacen a la organización de los datos empíricos en las ciencias naturales".

En 1956 Imre Lakatos introduce en la matemática los conceptos filosóficos sobre la ciencia de Karl Popper. Un resultado práctico de sus investigaciones fue el siguiente programa.

Lo primero que hay que hacer es dejarse en matemáticas de sentimentalismos apegados a las verdades absolutas de los pitagóricos y platónicos: "¿Por qué no admitir honestamente la falibilidad matemática y tratar de defender la dignidad del conocimiento falible frente al escepticismo cínico más bien que tratar de engañarnos a nosotros mismos creyendo que seremos capaces de arreglar invisiblemente el último jirón en el tejido de nuestras "últimas" intuiciones?"

Como se ve, de acuerdo con la visión de aquellos que más han pensado en nuestro siglo sobre la naturaleza profunda del quehacer matemático, hay que considerar la matemática como un proceso tentativo de acercamiento a la realidad que no se puede soñar en realizar de un golpe ni completamente. No tratamos de verdades inmutables ni infalibles. La matemática es una actividad del hombre, vieja

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

como la música y la poesía, y que como ellas persigue una cierta armonía y belleza, esas que puede ciertamente proporcionar la estructura mental ágil, limpia y elegante de las construcciones matemáticas. La causa profunda de esta incompleción de la matemática es la presencia en ella de los procesos infinitos. Una presencia a la que la matemática no puede ni debe renunciar. Lo nuestro es lo infinito, sí, pero acompañado por la conciencia de la falibilidad de nuestros procesos de acercamiento a él y del empeño de corrección de nuestros errores cuando estos sean reconocidos.

Como hemos tenido ocasión de comprobar, especialmente a través de estas consideraciones relativas al infinito matemático, el pensamiento filosófico y el matemático, ciertamente dos pilares de nuestra cultura, se encuentran intensamente entreverados. Vamos a considerar a continuación algunas de las relaciones del quehacer matemático con otro aspecto importante de nuestra cultura, que es el arte.

6.- El quehacer matemático y el arte

Las relaciones entre las matemáticas y el arte son múltiples. Muchos son los artistas que han extraído su inspiración en las matemáticas, muchos han sido los que se han apoyado en ellas para construir y analizar estructuras artísticas, musicales, poéticas, arquitectónicas, etc. Dejando un lado tales consideraciones, que nos podrían llevar muy lejos, trataremos ahora de concentrarnos en la consideración de la matemática misma como arte.

La afirmación de la naturaleza artística de la matemática puede sonar extraña en muchos oídos. Si arte es la producción por parte del hombre de un objeto bello, espero que tal afirmación resulte justificada al término de las notas que siguen.

Para los pitagóricos, la armonía, uno de los ingredientes de la belleza, va unida al número en la constitución ontológica de todo el universo. Aristóteles mismo se expresa así en su Metafísica (Libro XII, Cap.III, 9): *"Las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría, la precisión. Y las ciencias matemáticas son las que se ocupan de ellas especialmente"*.

Son muchos los testimonios que confirman la existencia de un verdadero placer estético en la creación y contemplación matemática. Así se expresa H. Poincaré en *El valor de la ciencia*: *"Más allá de la belleza sensible, coloreada y sonora, debida al centelleo de las apariencias, única que el bárbaro conoce, la ciencia nos revela una belleza suna belleza superior, una belleza inteligible, únicamente accesible, diría Platón, 'a los ojos del alma', debida al orden armonioso de las partes, a la correspondencia de las relaciones entre ellas, a la euritmia de las proporciones, a las formas y a los números. El trabajo del científico que descubre las analogías entre dos organismos, las semejanzas entre dos grupos de fenómenos cualitativamente diferentes, el isomorfismo de dos teorías matemáticas es semejante al del artista".*

Tal vez uno de los testimonios más elocuentes de esta afirmación sea el diario personal de Gauss. En este diario, escrito para él mismo especialmente en la etapa anterior a sus veinte años, período de muchos de sus grandes descubrimientos, va anotando, con un laconismo lleno de fuerza y entusiasmo, sus observaciones sobre el universo matemático que se va desvelando ante sus ojos asombrados.

Pero este mismo placer estético en la contemplación matemática se da, en menor grado naturalmente, en todos aquellos a quienes se les presentan adecuadamente los hechos y métodos más salientes de la matemática elemental. Por supuesto que el goce estético de la matemática se encuentra en el mundo de la

Archivo descargado de ‘El Paraíso de las Matemáticas’ - http://www.matematicas.net

armonía intelectual, y así su percepción requiere una preparación inicial tanto mayor cuanto más elevado sea el objeto que se presenta. Por otra parte, así como el placer que puede proporcionar la pintura y la música, dirigidas a nuestros sentidos, al menos de modo inmediato, es perceptible hasta cierto grado con una contemplación más o menos pasiva, el placer estético de la matemática exige sin duda un grado de participación activa mucho más intenso. En el mundo de la matemática, a fin de gozar del objeto bello que se presenta, es necesario crearlo o recrearlo, de tal modo que el goce estético aquí presente es comparable más bien con el de hacer música, cantar, danzar, pintar, fabular,...

Analicemos un poco más a fondo el origen de esta belleza matemática desde una perspectiva clásica. La belleza en general ha recibido muchas definiciones. S. Alberto Magno definió la belleza en el objeto como *splendor formae*, el resplandor del núcleo fundamental del ser, su unidad (armonía interna), su verdad (es decir su inteligibilidad y adecuación consigo mismo y con el mundo en su entorno), su bondad (su capacidad de llenar sus tendencias propias y las de los seres a su alrededor). Estas cualidades deben resplandecer de modo que sean accesibles y deleitables sin áspero trabajo.

Otra definición clásica de la belleza es la de Sto. Tomás de Aquino: *Pulchra sunt quae visa placent*. Bello es aquello que resplandece luminoso en su propio ser de modo que a quien lo contempla le proporciona el sosiego y la facilidad de una percepción perfecta. Esto es la contemplación estética. Bello es aquello que se manifiesta de tal forma que produce una actividad armoniosa y compenetrada de las capacidades anímicas del hombre.

No se puede tampoco pretender describir la belleza matemática con un simple trazo. Me limitaré a señalar unos cuantos elementos de belleza que, a mi parecer, constituyen componentes bastante típicas en la actividad matemática.

Un tipo de belleza matemática consiste en el orden intelectual que ante hechos aparentemente inconexos comienza a aparecer. Como un paisaje desde lo alto de la montaña que se devela de una bruma que lo cubría. Todo el objeto contemplado aparece en conexión y la unidad lo invade. Objetos aparentemente diversos que surgen en contextos diferentes resultan ser el mismo o estar ligados por una estructura armoniosa. La contemplación fácil de esta unidad es sin duda una de las fuentes de gozo estético presente en la contemplación de muchos hechos matemáticos.

Otro tipo de gozo matemático consiste en la realización de una ampliación de perspectivas con la que de una visión parcial se llega a la contemplación total de un objeto mucho más esplendoroso, en el que nuestro cuadro inicial queda englobado ocupando su lugar justo. En la exposición actual de la teoría de los números naturales, enteros, racionales, reales, complejos, se resume toda una aventura apasionante del espíritu humano que, a través de más de sesenta siglos de historia escrita, ha tenido sus callejones aparentemente sin salida, sus idas y venidas, sus paradojas.

Otro elemento estético presente muchas veces en la creación matemática consiste en la posibilidad de una contemplación descansada e inmediata de una verdad profunda, inesperada y llena de implicaciones. Como ejemplo de la matemática elemental pueden citarse alguna de las muchas demostraciones gráficas del teorema de Pitágoras que casi no requieren más que posar la mirada sobre ellas.

Naturalmente que los diferentes hechos matemáticos presentan muy diversos grados de belleza. Muchos no contienen ningún elemento bello. Es indudable que el

Archivo descargado de ‘El Paraíso de las Matemáticas’ - http://www.matematicas.net

que una proposición matemática sea cierta no implica que sea bella. Que 2^32+1=641x6700417 es una verdad matemática interesante por motivos históricos, pero carente de gran belleza intrínseca. Existen teoremas claramente feos. Muchas teorías, en su nacimiento penoso y reptante, han resultado en un principio confusas y desprovistas de unidad y belleza. El cálculo infinitesimal de los tiempos de Newton y Leibniz constituye probablemente uno de los logros más importantes y útiles de la ciencia moderna, pero el grado de confusión y fealdad en que en un principio se encontraba contribuyó intensamente a que su expansión y aceptación fuesen mucho más lentas de lo que la teoría y sus aplicaciones merecían.

¿Qué características debe presentar un hecho matemático para que se pueda calificar como bello? La belleza matemática parece incluir cualidades tales como seriedad, generalidad, profundidad, inevitabilidad, economía de pensamiento, transparencia, sobriedad, adecuación,...

La seriedad se manifiesta en las ideas que pone en conexión, que normalmente dan lugar, en su desarrollo, a una buena porción del campo matemático en que tal hecho se encuentra, ya sea porque el método que lo crea es la clave que ilumina dicho campo, ya sea porque el hecho en cuestión es el germen mismo de todo ese cuerpo matemático. La generalidad se ha de dar con una cierta mesura. La generalización por sí misma no es en muchos casos más que el producto de una manía, sin gran valor. Pero es cierto que un hecho demasiado concreto no despierta una gran admiración. Los matemáticos suelen calificar un método de *"elegante"* para indicar el tipo de sobriedad, economía de medios y transparencia que a veces se encuentra en la demostración de tal o cual teorema o hecho matemático. El proceso diagonal de Cantor, el método de dualidad en geometría proyectiva son ejemplos característicos de esta cualidad.

Allí donde hay belleza matemática, ésta no se agota y su contemplación nunca cesa de producir ese sentimiento de satisfacción, adecuación y acabamiento que una obra arquitectónica perfecta produce en el ánimo de quien la contempla.

La cualidad artística de la matemática se manifiesta asimismo en el proceso de su creación, que participa mucho de las características del proceso creativo en cualqueir otro arte.

Existe un magnífico estudio psicológico de J. Hadamard, gran matemático él mismo, sobre el proceso creativo en matemáticas *(La psicología de la invención en el campo matemático)*. Otro de los clásicos en este tema es una famosa conferencia pronunciada por Poincaré ante la Sociedad Francesa de Psicología titulada *La invención matemática*. Quien no haya tenido alguna experiencia creativa en matemáticas no podrá menos de sentirse asombrado ante las observaciones de Poincaré sobre el proceso matemático. A juzgar por el papel que desempeña la intuición, la inspiración, el trabajo y el descanso, y aun el sueño, o el ensueño, uno pensaría asistir a la composición de una sinfonía musical. Y en este sentimiento de dádiva repentina que la creación matemática comporta a menudo coinciden muchos matemáticos famosos como atestigua el mismo estudio de Hadamard. Por eso puede afirmar Poincaré con toda razón: *"Puede extrañar el ver apelar a la sensibilidad apropósito de demostraciones matemáticas que, parece, no pueden interesar más que a la inteligencia. Esto sería olvidar el sentimiento de belleza matemática, de la armonía de los números y de las formas, de la elegancia matemática. Todos los verdaderos matemáticos conocen este sentimiento estético real. Y ciertamente esto pertenece a la sensibilidad. Ahora bien, ¿cuáles son los entes matemáticos a los que atribuimos estas características de belleza y elegancia susceptibles de desarrollar en nosotros un*

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

sentimiento de emoción estética? Son aquellos cuyos elementos están dispuestos armoniosamente, de forma que la mente pueda sin esfuerzo abrazar todo el conjunto penetrando en sus detalles. Esta armonía es a la vez una satisfacción para nuestras necesidades estéticas y una ayuda para la mente, a la que sostiene y guía. Y al mismo tiempo, al colocar ante nuestros ojos un conjunto bien ordenado, nos hace presentir una ley matemática... Así pues, es esta sensibilidad estética especial la que desempeña el papel de criba delicada de la que hablé antes. Esto permite comprender suficientemente por qué quien no la posee no será nunca un verdadero creador".

El que la matemática participe, efectivamente, de la condición de creación artística no da, por supuesto, carta blanca a los matemáticos para entregarse a un esteticismo estéril. La calidad artística de la matemática es como una dádiva con la que se encuentran quienes se dedican a esta actividad que es, al mismo tiempo y en grado muy intenso, ciencia y técnica. A este propósito resultan muy acertadas las sensatas observaciones de uno de los mejores matemáticos de este siglo, creador él mismo de un sinfín de campos matemáticos diversos. Así dice John von Neumann en su artículo *El matemático*: *"A medida que una disciplina matemática se separa más y más de su fuente empírica o aún más si está inspirada en ideas que provienen de la realidad de un modo sólo indirecto, como de segunda o tercera mano, está más cercada de graves peligros. Se va haciendo más y más esteticismo puro, se convierte más y más en un puro arte por el arte. Esto no es necesariamente malo si el campo en cuestión está rodeado de otros campos relacionados con él que tengan todavía conexiones empíricas más cercanas, o si la disciplina en cuestión está bajo la influencia de hombres dotados de un gusto excepcionalmente bien desarrollado. Pero existe un grave peligro de que este campo venga a desarrollarse a lo largo de las líneas de menor resistencia, de que la corriente, tan lejos de su fuente, venga a disgregarse en una multitud de ramas insignificantes y de que la disciplina venga a convertirse en una masa desordenada de detalles y complejidades. En otras palabras, a gran distancia de su fuente empírica, o bien después de mucha incubación abstracta, un campo matemático está en peligro de degeneración".*

7.- Oportunidades y riesgos de la matematización de la cultura

En la actualidad, la penetración de la matemática en la cultura es bien patente. En la ciencia antigua y moderna, el campo de aplicación por antonomasia del pensamiento matemático fue durante mucho tiempo la ciencia física. Hoy día sin embargo la matemática va penetrando todos los ámbitos de las ciencias, incluidas las ciencias sociales y humanas, como la economía, la psicología, la lingüística, a medida que el matemático se ha ido enfrentando con el problema de la creación de nuevas herramientas que se adapten a las estructuras peculiares de tales ciencias.

Nuestra medicina, por ejemplo, en sus modernos métodos de exploración no intrusiva hace un intenso uso de los resultados del análisis de Fourier, y en el estudio profundo de los problemas relativos al extraño equilibrio que reina en nuestro organismo entre orden y caos comienza a aprovecharse del desarrollo espectacular que en nuestros días está experimentando la teoría de los sistemas dinámicos. Incluso la lingüística y aun el arte actual se aprovechan considerablemente de la matemática, no solamente a través de las nuevas tecnologías, fruto frecuentemente de exploraciones matemáticas profundas, sino incluso en sus mismas concepciones artísticas.

Esta tendencia a la matematización de las ciencias de todo tipo se ve intensamente reforzada por la entrada en escena del ordenador. La aparición del telescopio trajo consigo una verdadera revolución científica. Esquemas enteros del

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

pensamiento científico vigentes hasta el momento hubieron de ser reemplazados por otros nuevos. La invención, más tarde, del microscopio introdujo una remodelación parecida en otros campos. Telescopio y microscopio venían a perfeccionar tan sólo las herramientas de observación del hombre.

La irrupción del ordenador en el siglo 20 como instrumento auxiliar del pensamiento humano está introduciendo una revolución mucho más drástica y profunda, no sólo por los cambios más o menos superficiales que en nuestra forma de vivir se están operando, sino sobre todo por las transformaciones que conllevan en lo que se refiere a lo mas específico de nuestro ser humano, la capacidad de pensar. La superioridad del sistema hombre-microscopio para la observación sobre el hombre con sus ojos desnudos es ciertamente notable, pero probablemente resultará insignificante comparándola con la superioridad para ciertos aspectos importantes de la actividad mental del sistema hombre-ordenador sobre el hombre desprovisto de este instrumento, sobre todo cuando con el avance de la tecnología se logre una interacción mucho más cómoda y fluida entre el hombre y su máquina. Cuando en un futuro próximo el médico, por ejemplo, o bien el economista pueda incorporar a su dinamismo mental el sistema experto hábilmente programado de forma tan natural como ahora se cala sus gafas, para tener así una idea más exacta de los problemas con que se enfrenta, su capacidad de tomar una decisión acertada en la mayor parte de los casos será extraordinariamente superior a la actual.

La penetración imparable de la matemática en multitud de aspectos de la actividad cotidiana del hombre es bastante obvia. La mayor parte de nuestras máquinas, unas más sofisticadas y otras más simples, no son sino la encarnación de principios y métodos que provienen, en última instancia, del análisis matemático de la realidad. Los principios de organización de nuestras empresas y de una buena parte de nuestra economía pretenden basarse en principios matemáticos bien sofisticados. La influencia de la matemática en el desarrollo humano se hace bien patente a cualquiera que observe con atención la historia de las ciencias y de la tecnología, y aun de algunas porciones del arte.

Pero los logros obtenidos gracias al desarrollo de la matemática son de tal magnitud, y muy especialmente en nuestro siglo, que a veces nos pueden hacer olvidar las limitaciones profundas del pensamiento matemático que provienen, al igual que su potencia, de lo más hondo de su naturaleza. A ellas debemos dedicar también una parte de nuestra atención.

El éxito de la matemática se debe a que es una mutilación de la realidad, una abstracción. A través de tal mutilación dominamos ciertos aspectos de la realidad, pero no la realidad misma en su totalidad. Podemos sentir la tentación de pensar que tenemos el pleno señorío de ella con nuestra construcción que, sin embargo, es potente en muchas ocasiones precisamente porque ha dejado fuera de consideración aspectos que pueden resultar enormemente importantes para el hombre como tal, no como productor de artefactos.

Viene bien percatarse de las limitaciones inherentes al pensamiento matemático a fin de contrarrestar las posibles aberraciones de una corriente hacia la exagerada matematización de nuestra cultura. La matemática es muy poderosa y muy útil en nuestro intento de obtener un cierto dominio de algunos aspectos de la naturaleza, pero conviene no olvidar que el ser humano es mucho más profundo que lo que la más potente de las estructuras matemáticas pueda abarcar.

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

Trataremos de examinar a continuación algunos de los importantes riesgos que tanto el pensamiento científico en general como la filosofía misma corren si se dejan llevar por el espejismo del éxito matemático tratando de adaptar indiscriminadamente sus métodos de exploración. Desafortunadamente, aspectos importantes de la cultura humana han emprendido esta tendencia peligrosa que no parece fácil reconducir.

8.- Los riesgos de la matematización de las ciencias

En un artículo muy breve y punzantemente titulado La perniciosa influencia de la matemática sobre la ciencia J. T. Schwartz proporciona tres claves para analizar las perjudiciales consecuencias que pueden sobrevenirle al científico si cede al prurito de matematización-informatización a ultranza prevalente en el ambiente. La matemática, y más aún la informática, responde, en una descripción psicológica del tipo de intelección que proporciona, a tres palabras clave: *single-mindedness* (con un sólo objetivo), *literal-mindedness* (apegada a la letra), *simple-mindedness* (de mente simple). Estas características señalan fuertes diferencias de aproximación a los problemas de los científicos y tecnólogos con respecto a la de los matemáticos.

Incluso las ciencias más precisas funcionan normalmente con aproximaciones más o menos bien entendidas hacia las que el mismo científico tiene que mantener un apropiado escepticismo. Este auto escepticismo extraordinariamente saludable es ajeno a la actitud del matemático.

Por otra parte la matemática, e igualmente la informática, ha de trabajar con situaciones bien definidas. El hábito del matemático de ejercitar su sentido de literalidad puede tener consecuencias bien desafortunadas. El matemático convierte las hipótesis teoréticas del científico, que para el científico mismo no son en principio más que puntos de partida para su intención analítica, en axiomas y luego toma estos axiomas en sentido literal estricto. Ello comporta el peligro de que intente persuadir también al científico a tomar literalmente tales axiomas. Y de este modo queda en la penumbra la cuestión central en la investigación científica, que es fuertemente perturbadora en el contexto matemático: ¿qué va a pasar con toda esta aproximación inicial si los axiomas se relajan?. Se puede pensar en el episodio de la función delta de Dirac, tan útil a los físicos por largo tiempo y ocasión de burla para los matemáticos hasta que encontraron las razones profundas del éxito de los físicos.

El físico tiene sus razones para temer el argumento preciso, ya que un argumento que solamente es convincente si es preciso pierde toda su fuerza cuando las hipótesis sobre las que se basa cambian ligeramente, mientras que un argumento que es robusto, es decir convincente aunque impreciso, bien puede permanecer estable bajo pequeñas perturbaciones de los axiomas subyacentes.

Por otra parte, la simplicidad e ingenuidad del ordenador, como la de la matemática misma, la hacen propicia para fabricar conclusiones a partir de cualquier idea por absurda que sea, para vestir con igual entusiasmo ideas científicas brillantes y otras totalmente absurdas con impresionantes uniformes de fórmulas y teoremas. Desgraciadamente, una idea absurda resulta mucho más persuasiva en uniforme que desnuda. El resultado, tal vez más común en las ciencias sociales, es mala teoría con pasaporte matemático.

La atracción intelectual de un argumento matemático, así como el esfuerzo considerable para seguirlo, hace de la matemática una poderosa herramienta de prestidigitación intelectual, una situación de la que algunos se aprovechan y en la que otros se dejan embaucar ingenuamente.

Archivo descargado de ‘El Paraíso de las Matemáticas’ - http://www.matematicas.net

9.- Riesgos de la matematización de la filosofía

Son muchos, entre los filósofos del siglo 20, los que han quedado desmedidamente deslumbrados por el innegable éxito de los métodos matemáticos para conseguir resolver muchos de sus intrincados problemas. La inspiración en el pensamiento matemático de importantes filósofos clásicos se ha convertido en una impositiva imitación de su modo de proceder en escuelas enteras de pensamiento. La opinión de Kant, a la que antes hemos aludido, que él mismo no hizo aplicable a la filosofía, sino a las ciencias de la naturaleza,*"tanto de verdadera ciencia cuanto de matemática"*, se la han apropiado para sí mismos y para su propia actividad muchos de los filósofos de las escuelas dominantes del neopositivismo y de la filosofía analítica. El examen de las razones del éxito del método de la matemática en los últimos 150 años, les ha llevado a prescribir como método propio de trabajo el método axiomático, la precisión absoluta, el rigor,... declarando sin sentido todos aquellos temas de la filosofía tradicional que no sean abordables mediante tales esquemas.

En gran parte esta situación tiene su origen en un malentendido de profundas consecuencias. Gian-Carlo Rota, gran matemático y gran filósofo, ha analizado en un breve artículo algunas de las características de esta equivocada concepción de las matemáticas por parte de los filósofos *(Mathematics and Philosophy*: *The Story of a Misunderstanding)*.

Los filósofos han pensado en el método axiomático como método de investigación. Ningún matemático ni de este siglo ni de ninguno ha utilizado el método axiomático como herramienta de descubrimiento en su propio campo. El método axiomático ha servido para ayudar en la depuración del trabajo de la imaginación e intuición de posibles desvaríos al examinar objetos particularmente sutiles.

La precisión y el rigor de pensamiento al modo matemático se han convertido para muchos filósofos actuales en imperativos absolutos. Todo lo que no sea tratable con baremos de precisión semejantes a los matemáticos carece de sentido para el filósofo. Tal vez, dicen, se deba ocupar de él el psicólogo, o tal vez nadie. Pero no se han percatado de que el rigor y precisión de la matemática se consigue al precio de una mutilación consciente de la realidad, que el filósofo, si lo que pretende es tratar de dar una interpretación a los problemas profundos que el espíritu humano en su confrontación con el universo tiene ante sí, no se puede permitir. Con razón se expresa Gian-Carlo Rota del siguiente modo a propósito de la filosofía analítica: *"¿Cuánto durará la presente manía por la precisión en filosofía? ¿Es que a un concepto le hace falta ser preciso para estar lleno de sentido y ser efectivo? ¿O es que los filósofos quieren hacerse el harakiri ante el altar de las matemáticas?" (M.Kac, G-C. Rota, J.T.Schwartz, Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science, and Philosophy)*.

El pensamiento matemático llega hasta donde puede llegar. Y será inadecuado pedirle que llegue más allá. Bajo esta luz se puede entender la trayectoria del pensamiento de Wittgenstein. En su *Tractatus Logico-Philosophicus*, al parecer leído sólo a medias por los filósofos neopositivistas, aparece: *"Sentimos que incluso cuando todos los posibles problemas de las ciencias de la naturaleza hayan sido resueltos, nuestros problemas vitales no han sido tocados en absoluto. Por supuesto que entonces no queda ninguna pregunta ya; y precisamente ésta es la respuesta.-La solución del problema de la vida se manifiesta con la desaparición de este problema. (¿No es éste el motivo por el que las personas a quienes el sentido de la vida, tras largas dudas, se les ha hecho claro, no pudieron decir en que consistía este sentido?).-Existe ciertamente lo inexpresable. Se muestra. Es lo místico".*

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

En realidad, se podría decir que la actitud razonable ante la imposibilidad del lenguaje científico de expresar todos los contextos posibles en que se colocan los problemas del hombre, no es la expresada al final del Tractatus: *Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen (Sobre lo que no se puede hablar hay que callar)*. Más bien, puesto que hay multitud de cuestiones sobre las que es imposible que el hombre calle, debería ser: *Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man musizieren*. Aunque no con el rigor y precisión de la matemática, el hombre puede y debe expresarse sobre sus problemas más profundos mediante las infinitas formas de comunicación no matemática que posee, la evocación, la contemplación, la religión, la música, la poesía, el juego,....

Y en realidad Wittgenstein así lo entendió más tarde. La obra del que se conoce como *"segundo Wittgenstein"* es un intento de retomar el quehacer filosófico, especialmente sobre el lenguaje, mediante otras formas de acercamiento y comunicación humana.

10.- Los riesgos de la matematización en nuestra vida cotidiana

En el proceso de matematización e informatización, tal como va teniendo lugar, se pueden percibir rasgos profundamente inquietantes que, de no ser neutralizados a tiempo, pueden ciertamente conducir a una situación que, desde nuestra perspectiva actual, deberíamos juzgar como un lamentable empobrecimiento y deterioro de la actividad humana. La matematización de la cultura acompañada de una adecuada humanización de la matemática puede servir como meta brillante del futuro. Pero la matematización e informatización en sí misma no es un ideal tras el que haya que correr sin una buena dosis de discernimiento. En la amplia avenida de la matematización e informatización podemos encontrar numerosas trampas en las que podemos quedar atrapados si no caminamos con suficiente atención. En un artículo de 1988, escrito al margen de la lectura de *El Sueño de Descartes* de Davis y Hersh, traté de expresar algunas de ellas, que inciden tanto en aspectos de la cultura humana general como en la misma visión científica y matemática actual:

Pensar ingenuamente que todo puede ser matematizado sin residuos. Si la misma matemática, como enseña el teorema de Gödel, deja necesariamente resquicios por matematizar, incluso en temas tan importantes como los que se refieren a su propia consistencia, es decir a la posibilidad de que en ella surjan cotradicciones, ¿qué no habrá de quedar por hacer en el intento de matematizar la física o la biología? Bueno es que aceptemos desde un principio la existencia de lo inmatematizable. De este modo no caeremos fácilmente en la ceguera hacia otros aspectos tan ricos del universo como la vida y los valores del espíritu humano.

Dejar que nuestra vida se ahogue en cifras y en formalismos matemáticos. El ambiente del ordenador está constituido por recetas, lenguajes precisos, formalismos, donde lo que interesa es más lo operativo que el auténtico sentido de las operaciones. El gran peligro no es, como algunas películas de ciencia-ficción pretenden, que el ordenador pase a ser cuasihumano, sino que el hombre, por adaptarse a su máquina, pase a ser un robot. Ejemplares de este fenómeno no escasean incluso en nuestra cultura actual.

Inducir al matemático a jugar a aprendiz de brujo. Se piensa que para cada situación real la matemática tiene un modelo adecuado, sin tener en cuenta que la matemátización comporta necesariamente una cierta amputación de la realidad, y que los elementos, de los que en este proceso se hace caso omiso, pueden resultar en muchas ocasiones y para muchas personas enormemente importantes y su omisión

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

catastrófica. Hay muchos aspectos de la vida del hombre demasiado importantes como para acudir con ingenuidad al matemático y pedirle que sea él quien nos los aclare.

Confundir manipulación con sabiduría. Nuestros ordenadores nos hacen capaces actualmente de manipular con éxito fragmentos importantes de la realidad sin que comprendamos bien por qué. Podemos estar satisfechos de nuestro éxito. Al fin y al cabo también manejamos nuestro cerebro sin que entendamos casi nada de su funcionamiento. Pero no conviene perder de vista que el éxito manipulativo está aún lejos de la comprensión a la que podemos y debemos aspirar. No perdamos el sentido y la atracción del misterio.

Caer en el mito del genio universal que puede pontificar infaliblemente sobre cualquier asunto. Con respecto a ciertas figuras distinguidas de la ciencia moderna parece haberse producido en muchas personas, tanto de la calle como de la ciencia, el siguiente discurso de pensamiento: "Si la matemática es la base y el cemento de la cultura, aquel que logre situarse en el corazón de ella y desde allí contemplar nuestro mundo, está en una situación privilegiada para juzgar adecuadamente sobre su destino. Oigámosle y sigámosle". Este parece haber sido el significado de la veneración cuasirreligiosa de muchos en nuestro propio siglo hacia ciertos personajes de la ciencia. Muy a su pesar, Einstein fue convertido en una especie de sumo pontífice de la verdad no sólo científica, sino religiosa y moral. Sería bueno recordar que muy a menudo el matemático, y el científico en general, fuera de su propia esfera de competencia suele ser tan superficial y sesgado como el que más.

A la vista de problemas tales como los aquí esbozados es claro que el proceso de matematización creciente que estamos viviendo actualmente, acelerado por la presencia de la informática, necesita ir acompañado de una reflexión profunda sobre su sentido y sus implicaciones profundas para el hombre y la sociedad. Si nuestros científicos y educadores no son conscientes de las posibles trampas subyacentes al estilo matemático y al modo de pensar que la cultura informática propicia, pueden conducir fácilmente a generaciones más jóvenes a adoptar actitudes francamente perjudiciales.

11.- Referencias

BOURBAKI, N., *L'architecture des Mathématiques*, en Le Lionnais (editor), Les grandes courants de la pensée mathématique (Cahiers du Sud, 1948), 35-47.

DAVIS, P.J. and HERSH, R., *Experiencia matemática* (Labor-MEC, Barcelona, 1988).

DAVIS, P.J. and HERSH, R., *El sueño de Descartes. El mundo según las matemáticas* (Labor-MEC, Barcelona, 1989).

GÖDEL, K., *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme*, I, Monatshefte für Mathematik und Physik, 38 (1931), 173-198.

HADAMARD, J., *The Psycholgy of Invention in the Mathematical Field* (Princeton, Princeton University Press, 1945)

HILBERT, D., *Über das Unendliche*, Mathematische Annalen 95 (1925), 161-190.

KAC,M.,ROTA,G-C., and SCHWARTZ, J.T., *Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science, and Philosophy* (Birkhäuser, Boston, 1986).

Archivo descargado de 'El Paraíso de las Matemáticas' - http://www.matematicas.net

LAKATOS, I., *Matemáticas, ciencia y epistemología* (Alianza, Madrid, 1981)

von NEUMANN, J., *The Mathematician*, en R.B.Heywood (editor), The Works of Mind Chicago, University of Chicago Press, 1947).

POINCARÉ, H., *La creación matemática*, en M.Kline (editor), Matemáticas en el mundo moderno (Blume, Madrid, 1974), 14-17.

ROTA, G-C., *Mathematics and Philosophy: The Story of a Misunderstanding*, Humanistic Mathematics Network Newsletter #6, May 1991, 49-55.

SCHWARTZ, J.T., *The Pernicious Influence of Mathematics on Science*, en Kac, M., Rota, G.-C., and Schwartz, J.T., Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science, and Philosophy (Birkhäuser, Boston, 1985), 19-25.

WHITEHEAD, A.N., *The Interpretation of Science. Selected Essays* (Bobbs-Merrill, New York, 1961).

WHITEHEAD, A.N., *Science and the Modern World* (Free Press, New York, 1967).

WITTGENSTEIN, L., *Tractatus logico-philosophicus* (Annalen der Naturphilosphie, Ostwald, 1921).