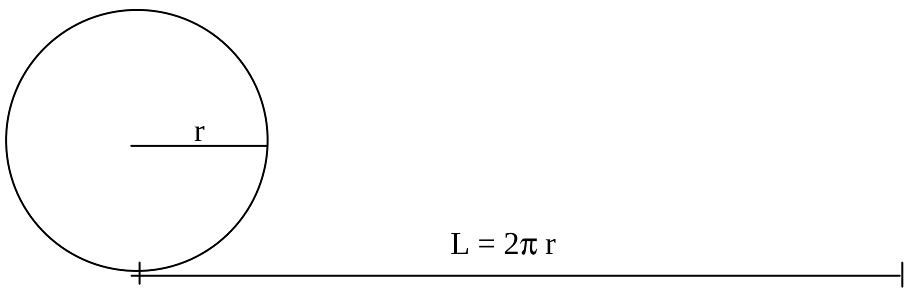
UNA BREVE HISTORIA DE π

Mg. Jaime Bravo Febres

Considero que Pi representa el límite entre la humana perfección y lo imposible; la mas extrema frontera que nos permiten las leyes físicas; el reto permanente de avanzar con la humildad de saber que siempre nos faltará algo ... aunque queramos evitarlo. El número pi ha sido motivo de una ardua persecución (en el buen sentido de la palabra). Ha llevado a algunos a invertir años de su vida en el sólo hecho de calcular sus cifras y con una precisión que hoy es insignificante. Otros, más actuales, se disputan el "honor" de ser el que más dígitos le ha logrado arrancar a este esquivo número. Pero, ¿cuál es la historia que ha escrito en la historia humana este número?, ¿quiénes han sido los "buscadores matemáticos" que se le han buscado?, ¿hasta dónde ha logrado dominarlo la matemática actual, con la ayuda de la computadora?. Estas y otras preguntas son las que me referiré, en el presente documento.

Se indica con la letra π la relación constante entre la longitud de una circunferencia y su diámetro "d" o entre el área "S" de un círculo y el cuadrado de su radio "r". Así:



(1) $\ell = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r \ldots$ $S = \pi \cdot r^2$

Entre los números célebres, π es el más popular de todos, éste interviene en la matemática elemental en todas las cuestiones de medidas relativas a círculos, esferas, conos y cilindros, etc; en la física y otras muchas ramas de la ciencias.

El número π, está ligado con dos problemas fundamentales:

a) Dado el radio de una circunferencia, construir un segmento de longitud "l", (problema de rectificación de la circunferencia).

b) Dado el radio de una círculo, construir un cuadrado equivalente al círculo (problema de la cuadratura del círculo).

De estos dos problemas el más notorio es el segundo: por su cuadrimilenaria antigüedad, por la dificultad que ha presentado su solución a pesar de la sencillez de su enunciado, por los innumerables intentos infructuosos que fueron los hechos para su resolución.

En la historia de π, se pueden distinguir varios períodos, el primero de ellos va desde la más remota antigüedad hasta los inicios del cálculo infinitesimal.

Primer Periodo

La más antigua de todas se encuentra en el papiro egipcio llamado de **Rhind,** escrito por **Ahmes**, 1800 a.C. y en él se afirma que el área de un círculo es como la de un cuadrado cuyo lado es igual al diámetro del círculo disminuido en 1/9, o sea igual a los 8/9 del diámetro.

(2) $$S = \pi \cdot r^2 = \left(\frac{8}{9}\cdot d\right)^2 = \frac{64}{81}\cdot d^2 = \frac{64}{81}\left(4\cdot r^2\right)$$

y se encuentra que:

(3) $$\pi = \frac{256}{81} = 3{,}1404\ldots\ldots$$

que resulta se una buena aproximación.

O. Neugebaver, dio la siguiente explicación a la regla egipciana. Construido el cuadrado, de lado “d” de un círculo.

(4)

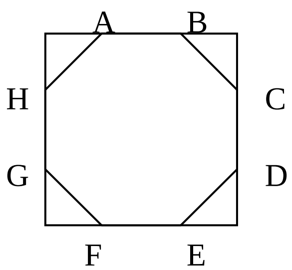


Fig. 1.

Se divide cada uno de sus lados en 3 partes iguales, y se construye el octágono ABCDEFGH, cuya área es:

(5) $$d^2 - 4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{d}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}d^2 = \frac{63}{81}d^2$$

Sustituyendo 63 por 64 se encuentra precisamente el cuadrado de los 8/9 del diámetro.

Los Babilonios en cambio, basados en el hecho de que, el lado del hexágono regular inscrito en un círculo es igual al radio, asumían la longitud de la circunferencia igual a 6 veces el radio lo que equivale a tomar π =3, aproximación bastante tosca. Sin embargo se sabe que los Babilonios usaban una aproximación (sin conocerse la demostración) de π con la fracción: $3\frac{1}{8} = 3.125$. Si bien no era el valor exacto, no era tan malo para la época pues erraban tan solo en un 16. 59% (considere que no había medidas estandarizadas como el metro ni instrumentos de precisión).

Los egipcios conocían a π como la fracción: $3\frac{13}{81} = 3.1604938271...$ No es valor exacto pero para la época no dejaba de ser preciso pues erraban tan solo en un 18.90%.

EL NUMERO π EN LA BIBLIA

En número π aparece en la Biblia. Aunque no de manera explícita. Se puede decir que se sabía acera de la relación constante entre perímetro y diámetro.

El rey Salomón construyó un templo a Jehová: [1ª carta a los Reyes 6;1] "En el año cuatrocientos ochenta después que los hijos de Israel salieron de Egipto, el cuarto año del principio del reinado de Salomón sobre Israel, en el mes de Zif, que es el mes segundo, comenzó él a edificar la casa de Jehová" y dentro del mobiliario del templo colocó una gruesa superficie circular de bronce. En el texto bíblico la llaman "mar".

En la 1ª carta a los Reyes, capítulo 7, versículo 23 se puede leer: “Hizo fundir asimismo un mar de bronce de diez codos de un lado al otro, perfectamente redondo; su altura era de cinco codos, y lo ceñia un cordón de 30 codos”. El "mar" de bronce medía **"10 codos de un lado al otro"**, o sea **diámetro = 10 "lo ceñía alrededor un cordón de 30 codos"**, es decir, **perímetro = 30**. Por lo tanto podemos decir que:

$$\frac{perimetro}{diametro} = \frac{p}{d} = \frac{30}{10} = 3$$

Entonces, para los trabajadores de Salomón, si es que sabían que el cuociente entre perímetro y diámetro es constante, dicha constante era 3.

“Nunca creeríamos nosotros que Dios se equivocó al poner las medidas de la fuente de bronce, ya que Él es perfecto y jamás ha cometido un solo error. Por lo tanto tiene que haber una explicación que satisfaga nuestra lógica humana escondida en todo este asunto”; explica el profesor Baeza Rojas.

La palabra hebrea que describe circunferencia (o línea) es:	ק	ו		Valor al sumar las letras = 106
Sin embargo en este verso, la palabra línea se ha escrito con una letra adicional, así:	ק	ו	ה	Valor al sumar las letras = 111

Recordemos que cada letra del alfabeto hebreo tiene un valor numérico, así:

LETRA	VALOR
ק	100
ו	5
ה	6

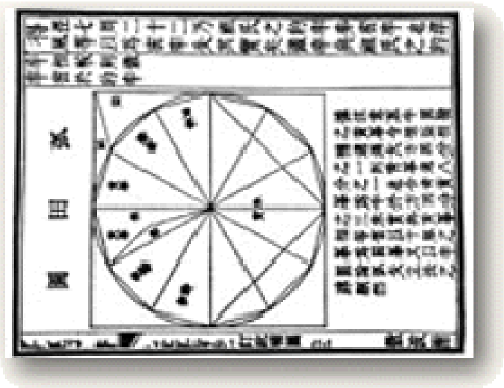
Nos queda un radio = $\frac{111}{106} = 1.0471698....$

Tomamos entonces los 3 codos que nos dio como resultado de dividir la circunferencia entre el diámetro y obtenemos algo sumamente asombroso:

3 x 1.0471698 = **3.14150943**

Lo que nos da el número π exacto con un error de solamente 0.00026 %.

Como sabemos Desde hace milenios los hombres se plantearon el problema de medir una circunferencia, tomando como unidad su diámetro. **Los chinos** utilizaron durante mucho tiempo el valor 3, pero se sabe que en el año 718 A.C tomaban el valor de la fracción $\frac{92}{29}$, con referencias simétricas y un equivalente de 3,1724. Posterior a esta era por descubrimientos efectuados se conoce que mejoraron extraordinariamente el valor de pi, con una precisión de hasta 5 decimales.



En la figura vemos una explicación del método de Lui Hui, que en el año 264 A.C utilizó un cálculo similar al que conocemos en Occidente.

Utilizando un polígono de 3.072 lados, encontró que el valor de Pi debería ser 3,14159.

Recientemente se descubrió que en el año 480 de nuestra era, un cierto ingeniero hidráulico de nombre Tsu Chung –Chi (430 – 501 d.C) llegó a un valor de pi extraordinariamente preciso, considerando la época en que fue calculado. El valor de Pi de Tsu Chung –Chi en nuestra notación decimal oscilaría entre 3.1415926 y 3.1415927. No existe aún una prueba como se llego a ese resultado.

Viniendo a la antigua Grecia, las primeras huellas del problema de la cuadratura del círculo se encuentran sólo en el siglo V a.C., según testimonio de **Plutarco.** En el 420 a.C. **Ippía de Elide** inventó la curva trascendente “cuadratriz” usada luego por **Dinostrato** en el siglo sucesivo para rectificar una circunferencia.

Antífone contemporáneo de **Sócrates**, afirma que si se inscribe en un círculo un cuadrado, y luego doblando sucesivamente el número de lados, se construyen los polígonos regulares inscritos de 8, 16, 32,... lados, etc. Y se llega a un polígono que por la pequeñez de sus lados coincide con el círculo. Transformándolo en un cuadrado equivalente a un círculo, su contemporáneo **Brisone** agregó la construcción de los polígonos regulares circunscritos, **Hipócrates de Chío** en la segunda mitad del siglo V a.C.; demostró que el área de un círculo es proporcional al cuadrado de su diámetro, uno se puede imaginar que en esta fecha nace el símbolo π con el teorema de **Hipócrates de Chío**, no fue así, realmente se espero 22 siglos más tarde, en el siglo XVIII, Euler utiliza el símbolo π (primero escribía la letra "p" inicial de la palabra "periferia", luego utiliza el símbolo π).

En el siglo III a.C. **Arquímedes** en el tratado de la medida del círculo demuestra los siguientes teoremas:

a) Todo círculo es equivalente a un triángulo rectángulo, teniendo un cateto igual al radio del círculo y el otro igual a la circunferencia rectificada.
b) Un círculo es el cuadrado de su diámetro aproximadamente como 11:14.
c) La longitud de la circunferencia de todo círculo es menor que 3 veces el diámetro más 1/7 del mismo diámetro y es mayor que 3 veces el diámetro de mas 10/71 del diámetro.

En símbolos:

$$3{,}1408\ \ldots = \frac{223}{71} = 3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3{,}1429\ \ldots$$

El método que él sigue es el mismo que usó **Antífone,** aplicado a los polígonos regulares inscritos y circunscritos que tengan 6, 12, 32, 48, 96, ... lados. Después de **Arquímedes** la fracción 22/7 es de uso corriente en las medidas relativas al círculo, y por muchos siglos la historia registra solo algunos perfeccionamientos al método de **Arquímedes** que dan una mejor aproximación de π.

Tolomeo, en el siglo II, da para π el siguiente valor:

(7) $$\pi = \frac{377}{120} = 3{,}1416\ldots$$

A partir del Siglo XII, la introducción en los cálculos del uso de las cifras indoarábicas facilitó también mejores cálculos para π. **Leonardo Pisano,** en la "Practica Geometriae" amplifica el método de Arquímedes y da para π los siguientes límites.

$\left(\frac{1400}{452}\right)\frac{4}{9} = 3{,}1410\ldots$ y $\left(\frac{1400}{456}\right)\frac{1}{5} = 3{,}1427$ y adopta para π el valor de 3,1418......., mientras que Oronzo Fineo, en la primera mitad del 500, afirma que π es exactamente igual a $\frac{245}{78} = 3{,}1410\ldots$. El Holandés **Metius** da para **π** el valor aproximado

$\frac{355}{113} = 3{,}1415929\ldots$ con 6 cifras decimales exactas (su hijo **Adrianus Metius II,** cuenta que él encontró ese valor haciendo la media aritmética de los numeradores y denominadores de las fracciones $\frac{377}{120}$ y $\frac{333}{106}$, valores aproximados de π encontrados con el método de **Arquímedes**).

F-Viete da nueve cifras decimales exactos usando el método de **Arquímedes** hasta los polígonos de $6 \cdot 2^{16}$ lados; **Adriano Romano,** en 1597, obtiene 15 cifras decimales exactas con polígonos de 2^{30} lados; finalmente **Ludolf** de Colonia calcula 20 cifras decimales exactas llegando hasta los polígonos de $60 \cdot 2^{29}$ lados y después calculó 35 cifras decimales exactas, que fueron esculpidas sobre su tumba (la tumba se perdió). En Alemania el número π fue llamado el número de **Ludolf**, aunque éste no haya llevado en estos cálculos ningún aporte de métodos nuevos.

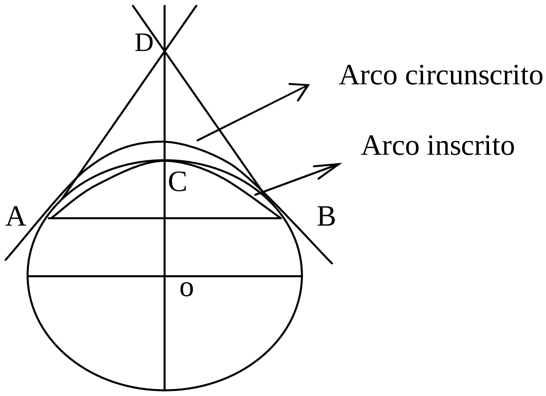
Huygeus perfeccionó sensiblemente el método de **Arquímedes**, demostrando entre otras cosas, la fórmula siguiente:

$$s_{2n} + \frac{1}{3}(s_{2n} - s_n) < C < \frac{2}{3}S_n + \frac{1}{3}s_n \tag{8}$$

Donde C indica el área de un círculo, s_n y S_n son las áreas de los polígonos inscritos y circunscritos con n lado. Mediante esta formula él deduce 9 cifras decimales exactas con el polígono de 60 lados.

Una simple demostración de la fórmula de **Huygeus.** Se sustituye el lado AB del polígono por arcos parabólicos, uno inscrito y otro circunscrito; se traza la perpendicular a la cuerda AB, esta recta pasa por los puntos O (origen del círculo), C (punto de corte entre dicha recta y el círculo).
El arco parabólico inscrito pasa por los puntos A, B y C y el arco circunscrito por AB y el punto medio del segmento DO. Y los polígonos de lados parabólicos inscritos y circunscritos que así se obtienen aproximan al círculo mucho mejor que los polígonos con el mismo número de lados rectilíneos.

(9)



Segundo Periodo

Un **segundo período** en la historia de π va desde la segunda mitad del siglo XVII hasta 1767. En este período fueron usados para el cálculo aproximado de π, métodos potenciales como lo es el desarrollo del análisis, los matemáticos tenían a su disposición el desarrollo en serie, fracciones continuas, productos infinitos, etc... y estos métodos se usaron con toda eficiencia y desenvoltura.

El primer desarrollo de π en producto infinito lo da **F-Viete** en 1579.

(10) $$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \cdots\cdots$$

Convirtiéndose el producto de **Viete** en la primera definición analítica de **π**.
Fórmula de **Jhon Wallis** matemático inglés (1616 – 1703)**:**

(11) $$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \ldots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \ldots}$$

Fórmula de **Leibnitz** (1646 –1717)**:**

(12) $$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \cdots$$

Sir Isaac Newton, Matemático y físco ingles (1642 – 1727)**:**

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 + \ldots.$$

Fórmulas de **Euler,** matemático Suizo**:**
(1707 – 1783)

a)

$$\frac{\pi}{4}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1^2}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\cfrac{9^2}{2+\ddots}}}}}}$$

Brouncker, matemático Irlandés

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{3^2}{2+\cfrac{5^2}{2+\cfrac{7^2}{2+\ddots}}}}$$

b) $$\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{6^2}+\cdots$$

c) $$\frac{\pi^4}{90}=1+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^4}+\frac{1}{6^4}+\cdots$$

d) $e^{ix} = \cos\,(x) + i\cdot \operatorname{sen}\,(x)$; al sustituir $x=\pi$ se obtiene: $e^{i\pi}=-1$

Esta fórmula relaciona el número π con e, base de los logaritmos.

La fórmula de **Machin** (1706).

(13) $$\frac{\pi}{4}=4\cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{5}\right)-\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{239}\right)$$

Se demuestra usando el desarrollo en serie de la función *arctg(x)*, **Machin** calculó 100 cifras decimales exactas de π.

Pierre Simon Laplace, matemático francés (1749 – 1827):

$$\sqrt{\pi}=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx$$

Conviene cerrar este período en 1767, año en que **H. Lambert,** luego de largos estudios logra demostrar el primer resultado sobre la naturaleza de π.

Tercer Periodo

En el tercer período de nuestra historia, la irracionalidad de π fue de nuevo demostrada por Legendre (1794) junto con la irracionalidad de π^2, una nueva y más simple demostración de la irracionalidad de □fue dada 1947 por I. Niven. En 1844, Liouville, demostró la existencia de números trascendentes, o sea de números reales que no son raíces de ninguna ecuación algebraica de coeficientes racionales. Finalmente en 1862 F. Lindemann demostró que π es un número trascendente.
Shanks en 1873:

$$\frac{\pi}{4}=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3\cdot 2^2}+\frac{1}{5\cdot 2^5}-\frac{1}{7\cdot 2^7}+\cdots\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3\cdot 3^2}+\frac{1}{5\cdot 3^5}-\frac{1}{7\cdot 3^7}+\cdots\right)$$

Cuarto Periodo

Un cuarto período en la historia de π, considero que se abre con: **Srinivasa Ramanujan** matemático nacido al sur de la India (1887 – 1920); hacia cómputos mentales con facilidad extraordinaria, en una de sus libretas, encontradas en 1976, aparecen miles de fórmulas matemáticas entre las cuales figura la siguiente:

$$\frac{1}{\pi} = 2\sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{1}{4}\right)_n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)_n \left(\frac{3}{4}\right)_n}{(1)_n (1)_n \; n!}\left(1103 + 26390\, n\left(\frac{1}{99}\right)^{4n+2}\right)$$

En 1962 se calcularon 100.000 cifras en el desarrollo de π. (Shawks y Wrench). En 1976, usando el método de Chudnovski se obtiene 1 millón de dígitos. Los profesores **Yasumasa Kanada** y **Daisuke Takahashi** de la Universidad de Tokio, en 1997 obtuvieron 51.539.600.000 cifras, utilizando un HITACHI SR2201 con 1024 procesadores y el setiembre de 1999, anunciaron haber obtenido 206,158 430 000 de dígitos, aproximadamente $3*2^{36}$ dígitos de pi.

Anexos

Algunos valores de π

π = 3. 1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510
5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128
4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091
4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912
9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798
6094370277 0539217176 2931767523 8467481846 7669405132
0005681271 4526356082 7785771342 7577896091 7363717872
1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235
4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960
5187072113 4999999837 2978049951 0597317328 1609631859
5024459455 3469083026 4252230825 3344685035 2619311881
7101000313 7838752886 5875332083 8142061717 7669147303
5982534904 2875546873 1159562863 8823537875 9375195778
1857780532 1712268066 1300192787 6611195909 2164201989

Poema de π

un poema sobre el número Pi fue escrito por Wislawa Szymborska, (Wislawa Szymborska.- Poetisa y crítica literaria, nacida en Bnin –Poznan, Polonia– en 1923) que además de ser premio Nóbel (El 3 de octubre de 1996 fue galardonada con el Premio Nóbel de Literatura 1996) , también tiene afición a las matemáticas...

EL NÚMERO PI

El admirable número Pi
tres coma uno cuatro uno.
Las cifras que siguen son también preliminares
cinco nueve dos porque jamás acaba.
No puede abarcarlo seis cinco tres cinco la mirada,
ocho nueve ni el cálculo
siete nueve ni la imaginación,
ni siquiera tres dos tres ocho un chiste, es decir, una comparación
cuatro seis con cualquier otra cosa
dos seis cuatro tres de este mundo.
La serpiente más larga de la tierra suma equis metros y se acaba.
Y lo mismo las serpientes míticas aunque tardan más.
El séquito de digitos del número Pi
llega al final de la página y no se detiene,
sigue, recorre la mesa, el aire,
una pared, una hoja, un nido de pájaros, las nubes, hasta llegar
directo al cielo,
perderse en la insondable hinchazón del cielo.
¡Qué breve la cola de un cometa, cual la de un ratón!
¡Qué endeble el rayo de un astro si se curva en la insignificancia
del espacio!
Mientras aqui dos tres quince trescientos diecinueve
mi número de teléfono la talla de tu camisa
el año mil novecientos sesenta y tres sexto piso
el número de habitantes sesenta y cinco céntimos
dos pulgadas de cintura una charada y un mensaje cifrado
que dice vuela mi ruiseñor y canta
y también se ruega guardar silencio,
y se extinguirán cielo y tierra,
pero el número Pi no, jamás,
seguirá su camino con su nada despreciable cinco
con su en absoluto vulgar ocho
con su ni por asomo postrero siete,
empujando, ¡ay!, empujando a durar
a la perezosa eternidad.

TABLA CRONOLÓGICA de π

2000 a.C.	**Babilónios usaban π = 3.125**
2000 a.C.	**Egípcios usaban π = 3.1605**
Siglo XII a.C.	**Chineses usaban π = 3**
550 a.C.	**I Reis 7,23 afirma π = 3**
Siglo III a.C.	**Arquimedes establece 3.1410 < π < 3.1428**
Siglo II d.C.	**Ptolomeu usa π = 3.14166...**
Siglo III d.C.	**Chung Hing usa π = 3.16..**
263 d.C.	**Liu Hui usa π = 3.14**
Siglo V	**Tsu Chung-Chi establece 3.1415926 < π < 3.141592**
500	**Aryabhatta usa π = 3.1416**
Siglo VI	**Brahmagupta usa $\pi = \sqrt{10}$ = 3.16…**
1220	**Leonardo de Pisa (Fibonacci) descubre π = 3.141818**
Antes de 1436	**Al-Kashi de Samarkand calcula π con 14 cifras decimales**
1593	**Adriaen van Roomen calcula π con 15 cifras decimales**
1596	**Ludolph van Ceulen calcula π con 32 cifras decimales, mas tarde calcula con 35 cifras.**
1655	**Wallis define π como un produto racional infinito**
1665-1666	**Newton descubre o cálculo y calcula π hasta por lo menos 16 decimales; que solo fue publicado en 1737**
1671	**Gregory descubre la serie arctangente**
1674	**Leibniz descubre a serie do arctangente para π**
1705	**Sharp calcula π con 72 cifras decimales**
1706	**Machin calcula π con 100 cifras decimales**
1719	**De Lagny calcula π con 127 cifras decimales**
1748	**Euler publica el "teorema de Euler" y muchas series para π**
1761	**Lambert prueba la irracionalidad de π**
1794	**Vega calcula π con 140 cifras decimales**
1844	**Strassnitzky e Dase calculan π con 200 cifras decimales**
1855	**Richter calcula π con 500 cifras decimales**
1873-74	**Shanks calcula π con 707 cifras decimales**
1882	**Lindemann prueba que π es transcendente**
1947	**Ferguson calcula π com 808 cifras decimales**
1949	**ENAC es programado para calcular π con 2037 cifras decimales**

1954-1955	**NORC es programado para calcular π con 3089 cifras decimales**
1959	**IBM 704 (Paris) calcula π con 16167 cifras decimales**
1961	**Shanks e Wrench mejora el programa del computador para π , usando IBM 7090 (New York) para calcular π con 100 000 cifras decimales**
1966	**IBM 7030 (Paris) calcula π con 250000 cifras decimales**
1967	**CDC 6600 (Paris) calcula π con 500000 cifras decimales**

Cronología en el cálculo Computacional de π

Mathematician	**Date**	**Places**	**Type of computer**
Ferguson	Enero 1947	710	Desk calculator
Ferguson, Wrench	Sept 1947	808	Desk calculator
Smith, Wrench	1949	1 120	Desk calculator
Reitwiesner et al.	1949	2 037	ENIAC
Nicholson, Jeenel	1954	3 092	NORAC
Felton	1957	7 480	PEGASUS
Genuys	Enero 1958	10 000	IBM 704
Felton	Mayo 1958	10 021	PEGASUS
Guilloud	1959	16 167	IBM 704
Shanks, Wrench	1961	100 265	IBM 7090
Guilloud, Filliatre	1966	250 000	IBM 7030
Guilloud, Dichampt	1967	500 000	CDC 6600
Guilloud, Bouyer	1973	1 001 250	CDC 7600
Miyoshi, Kanada	1981	2 000 036	FACOM M-200
Guilloud	1982	2 000 050	
Tamura	1982	2 097 144	MELCOM 900II
Tamura, Kanada	1982	4 194 288	HITACHI M-280H
Tamura, Kanada	1982	83 88 576	HITACHI M-280H
Kanada, Yoshino, Tamura	1982	16 777 206	HITACHI M-280H
Ushiro, Kanada	Oct 1983	10 013 395	HITACHI S-810/20
Gosper	Oct 1985	17 526 200	SYMBOLICS 3670
Bailey	Enero 1986	29 360 111	CRAY-2
Kanada, Tamura	Sept 1986	33 554 414	HITACHI S-810/20
Kanada, Tamura	Oct 1986	67 108 839	HITACHI S-810/20
Kanada, Tamura, Kubo	Enero 1987	134 217 700	NEC SX-2
Kanada, Tamura	Enero 1988	2 013 26 551	HITACHI S-820/80
Chudnovskys	May 1989	480 000 000	
Chudnovskys	Junio 1989	525 229 270	

Kanada, Tamura	Julio 1989	536 870 898	
Chudnovskys	Agost 1989	1 011 196 691	
Kanada, Tamura	Nov 1989	1 073 741 799	
Chudnovskys	Agost 1991	2 260 000 000	
Chudnovskys	Mayo 1994	4 044 000 000	
Kanada, Tamura	Junio 1995	3 221 225 466	
Kanada	Agost 1995	4 294 967 286	
Kanada	Oct 1995	6 442 450 938	
Kanada, Takahashi	Agost 1997	51 539 600 000	HITACHI SR2201
Kanada, Takahashi	Sept 1999	206 158 430 000	HITACHI SR8000

Bibliografía:

J J O'Connor y E F Robertson: MacTutor History of Mathematics

A Volkov, Calculation of π in ancient China: from Liu Hui to Zu Chongzhi, Historia Science. (1994), 139-157.

Y-L Zha, Research on Tsu Ch'ung-Chih's approximate method for π, in Science and technology in Chinese civilization (Teaneck, NJ, 1987), 77-85.

Beckmann, Petr: Historia de Pi , editorial Fondo de Cultura Económica. 2007.